

# EVALUACIÓN DE LA MEMORIA DE LARGO PLAZO DEL MERCADO BURSÁTIL COLOMBIANO MEDIANTE EL COEFICIENTE DE HURST

Juan Benjamín Duarte Duarte, Universidad Industrial de Santander-Colombia  
Katherine Julieth Sierra Suárez, Universidad Industrial de Santander-Colombia  
Juan Manuel Mascareñas Pérez-Iñigo, Universidad Complutense de Madrid-España

## RESUMEN

*La hipótesis de mercado eficiente afirma que los cambios en los precios de un activo financiero siguen una caminata aleatoria y dependen de la información que se incorpora al mercado de manera instantánea, por tanto no son predecibles; por otro lado la hipótesis de mercado fractal sostiene que los precios dependen del manejo que le da cada inversor a la información según su horizonte de inversión, produciendo un comportamiento caótico en los mercados. Este trabajo busca probar la existencia de comportamiento caótico en las principales series bursátiles de Colombia usando el coeficiente de Hurst, cuya estimación puede ser afectada por autocorrelaciones, por tal motivo, la primera parte de la metodología se centra en eliminar las autocorrelaciones mediante filtros del tipo ARIMA y GARCH, mientras que la segunda parte corresponde a la detección del comportamiento caótico mediante el cálculo del coeficiente de Hurst. Los resultados revelan que los activos financieros colombianos, muestran persistencia apoyando así la hipótesis de mercado fractal.*

**PALABRAS CLAVES:** Teoría de Caos, EMH, FMH, GARCH, ARIMA

## EVALUATION OF LONG-TERM MEMORY IN COLOMBIAN STOCK MARKET BY HURST COEFFICIENT

### ABSTRACT

*The efficient market hypothesis states that financial asset returns follow a random walk and depend on the information made available to the market instantly, therefore they can not be predicted. On the other hand, the Fractal market hypothesis says that prices depend of each behavior investor and his investment horizon, producing chaotic behavior in the markets. This paper tests the existence of chaotic behavior in major financial series of the Colombian stock market using the Hurst coefficient, whose estimation can be affected by autocorrelation. Therefore, the first part of the methodology focuses on removing the autocorrelations by ARIMA and GARCH filters, while the second part corresponds to the detection of behavior by calculating the Hurst coefficient. The results reveal that the Colombian financial assets are persistent.*

**JEL:** C01, C22, D52, G14

**KEYWORDS:** Chaos Theory, EMH, FMH, GARCH, ARIMA.

### INTRODUCCIÓN

**D**urante los últimos años América Latina ha experimentado un considerable incremento de la inversión directa extranjera (IED), originado principalmente por el fuerte crecimiento de la explotación de recursos naturales e infraestructura en la región por parte de países como USA

(17%), Holanda (13%), China (9%), Canadá (4%), España (4%), entre otros (CEPAL, 2011); y por la crisis del 2008 en Estados Unidos, lo cual ha propiciado que los inversionistas internacionales vean en Latinoamérica un escenario prometedor de generación de riqueza (FMI, 2010).

Como consecuencia de este reciente auge económico se han incrementado los flujos brutos de capital, causando un posible cambio en la dinámica del mercado bursátil de Colombia, por esto se hace necesario indagar sobre el cumplimiento de los supuestos en los cuales se fundamentan la mayoría de modelos de valoración de activos, tales como el Capital Asset Pricing Model (CAPM) y el Arbitrage Trading Program (ATP), cuyos cálculos suponen eficiencia en el mercado. Unas de las herramientas para evaluar la eficiencia del mercado y la validez de estos modelos son las pruebas de caminata aleatoria, sin embargo recientemente se ha generado una nueva corriente encaminada a buscar comportamiento caótico en mercados bursátiles, el cual abriría la posibilidad de configurar modelos que puedan predecir el comportamiento futuro de los rendimientos.

Peters (1989) en su trabajo *Fractal Structure in the Capital Markets*, fue uno de los primeros en usar el cálculo del coeficiente de Hurst ( $H$ ) en el índice estadounidense S&P500, como indicador del nivel de persistencia e ineficiencia en los mercados bursátiles. Posteriormente, Peters formalizó esta metodología en 1994, como parte de la comprobación de la hipótesis de mercado fractal. Desde entonces se han hecho diversos estudios a nivel mundial, con resultados similares a los encontrados por Eom, Choi, Oh, & Jung (2008), quienes afirman que los mercados más desarrollados presentan antipersistencia ( $H < 0.5$ ) y los mercados emergentes, persistencia ( $H > 0.5$ ). En cuanto a Latinoamérica se ha encontrado persistencia en casi todas las series (Kyaw, Los, & Zong, 2003). Sin embargo, para el caso específico de Colombia, Kyaw et al. (2003) encuentran antipersistencia entre 1998 y 2001, mientras que Eom et al. (2008) verificaron persistencia entre 2001 y 2007.

En la revisión de la literatura se encuentran pocos trabajos que incluyan el cálculo del exponente de Hurst para probar la eficiencia del mercado de Colombia, de los cuales la mayoría usa como medio de comprobación el índice general de la bolsa (IGBC) y solamente en uno se incluyen tres acciones ordinarias además del IGBC, las cuales no son en la actualidad las más representativas del mercado; además entre los artículos encontrados, solo uno divide la serie del IGBC por subperiodos según la tendencia del mercado para un análisis más profundo del comportamiento.

La contribución única de este artículo consiste en evaluar el mercado colombiano a través de sus siete activos más representativos, los cuales componen aproximadamente el 60% del índice y además usar subperiodos para evaluar la evolución del mercado colombiano a través de los años, tomando el IGBC como representación del mercado, esto último para determinar su validez al usarlo como herramienta para testear el comportamiento del mercado bursátil colombiano.

En este trabajo se evalúa el nivel de eficiencia del mercado colombiano mediante el coeficiente de Hurst. Esta investigación se organiza como sigue: la presente sección de introducción expone el problema a evaluar; la siguiente parte consiste en la revisión de la literatura enfocada en el mercado colombiano; posteriormente en tres secciones se presentan los datos, la metodología y los resultados; la última parte expone las conclusiones más importantes del texto.

## REVISIÓN LITERARIA

Bachelier (1900) en su tesis doctoral, analiza por primera vez el comportamiento de mercados financieros buscando movimiento browniano en los cambios de precios. De igual forma, autores como Cowles & Jones (1937), Alexander (1961) y Fama (1970), plantearon la hipótesis del mercado eficiente, la cual ha sido testeada desde entonces en diferentes mercados bursátiles a nivel mundial, encontrándose que

algunos de sus supuestos (distribución normal, independencia, homocedasticidad y no autocorrelación) no se cumplen en las series empíricas. En consecuencia, Box & Jenkins (1970) propusieron modelos lineales con términos autorregresivos y de medias móviles (ARMA), los cuales corrigen la autocorrelación, mientras que Engle (1982) y Bollerslev (1986), identificaron modelos de heterocedasticidad autorregresiva ARCH y modelos generalizados GARCH, respectivamente.

Los ajustes autorregresivos, modelan de forma lineal la correlación serial de corto plazo, pero no la de largo plazo. Grau (1996) afirma que los modelos lineales no pueden reproducir completamente la dinámica del sistema económico ya que sólo representan un número limitado de comportamientos. Por tal razón a partir del trabajo de Lorenz (1963), Takens (1981), Mandelbrot (1982) y otros, se inicia la búsqueda de comportamiento no lineal y dependiente de las condiciones iniciales en las series de tiempo. En los años 80, la teoría del caos es testada con resultados importantes en las series económicas y financieras. Como resultado, Peters (1994) propone la Hipótesis del mercado fractal que se caracteriza por ineficiencia, memoria de largo plazo y determinismo global. En contraste con el mercado eficiente, el mercado fractal permite hacer predicciones al menos en el corto plazo, pues según Lorenz (1963) en el largo plazo la dependencia de las condiciones iniciales hace que el sistema sea inestable.

Buscando indicios de comportamiento caótico en los cambios de los precios financieros, Lipka & Los (2003), encuentran mediante el coeficiente de Hurst (H) que las series bursátiles europeas presentan dependencias de largo plazo de tipo antipersistente; sin embargo, a pesar de que los retornos no siguen procesos de ruido blanco, los autores concluyen que por ser antipersistentes se revierten rápidamente a la media, sin generar rendimientos muy altos, y en ese sentido son mercados eficientes.

Ese mismo año, Kyaw, Los, & Zong (2003) realizan un estudio con los índices bursátiles de Latinoamérica, encontrando persistencia en casi todas las series, excepto para Colombia que era antipersistente en el período de 1998 a 2001; los autores afirman que los mercados persistentes podrían presentar largos períodos de calma que dan la impresión de predictibilidad, pero no es suficiente para obtener rendimientos extraordinarios, además concluyen que ni los modelos usados actualmente, ni el coeficiente de Hurst describen totalmente el mercado, y sugieren calcular este coeficiente para subperíodos, buscando un estudio de mayor precisión. Dos años más tarde, Los & Yu (2005), analizan el mercado Chino, antes y después de las intervenciones del gobierno, y concluyen que el mercado es moderadamente persistente, pero esta tendencia disminuye después de las desregulaciones en este mercado. También Di Matteo, Aste, & Dacorogna (2005), calculan el coeficiente de Hurst (H) para veintiocho países del mundo con el propósito de clasificarlos, encontrando que los mercados emergentes presentan persistencia, los mercados medianos tienen aleatoriedad y los mercados desarrollados muestran antipersistencia.

Además de los trabajos anteriores, la literatura en Colombia concerniente a este tema es poca y presenta resultados contradictorios; es así como Ceretta & Frois (2006) encuentran en este mercado, dependencia de largo plazo con correlación negativa (antipersistencia) en el periodo de 1994 a 2005; mientras Lim & Brooks (2010), Restrepo & Vásquez (2011) y Leiton (2011), hallan persistencia al evaluar el índice en los periodos de 1995 a 2005, 2001 a 2011 y 1998 a 2011, respectivamente; además Leiton (2011) también encuentra persistencia en las series de las acciones Nutresa, Éxito y Bancolombia durante el periodo estudiado. A pesar de estas contradicciones, todos los autores coinciden en que el mercado colombiano tiene memoria de largo plazo y presenta evidencia de multifractalidad (Zunino, Tabak, Pérez, Garavaglia, & Rosso, 2007; Zunino et al., 2009) como indicio de comportamiento caótico, lo cual va en contra de la hipótesis de eficiencia del mercado planteada por Fama (1970).

## METODOLOGÍA

### Datos

El índice de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) representa el comportamiento promedio de los precios de las acciones en el mercado. Se toman los precios de cierre de los principales activos bursátiles, los cuales representan aproximadamente el 60% de la composición del índice. Se omiten los días en los que la Bolsa no operó y los que presentan valores nulos. Las series se analizan en el periodo total, y en subperiodos iguales de 525 (índice) y 510 (demás activos) datos, con el fin de observar la evolución de la eficiencia del mercado bursátil a través del tiempo.

Tabla 1: Activos Financieros Seleccionados

| Activo                              | Nemotécnico | N    | Fecha Inicial | Fecha Final |
|-------------------------------------|-------------|------|---------------|-------------|
| Índice General Bolsa de Colombia    | IGBC        | 2625 | 03/08/2001    | 15/06/2012  |
| Ecopetrol                           | Ecopetrol   | 1020 | 21/04/2008    | 03/07/2012  |
| Pacific Rubiales Energy Corporation | PREC        | 510  | 08/06/2010    | 03/07/2012  |
| Preferencial Bancolombia            | PFBCOLOM    | 2040 | 27/01/2004    | 03/07/2012  |
| Grupo Inversiones Suramericana      | Gruposura   | 510  | 27/05/2010    | 29/06/2012  |
| Cementos Argos                      | Cemargos    | 1530 | 06/03/2006    | 29/06/2012  |
| Isagen                              | Isagen      | 1020 | 16/04/2008    | 03/07/2012  |
| Bancolombia                         | BColombia   | 2550 | 31/10/2001    | 03/07/2012  |

*Esta tabla presenta los Activos seleccionados, sus nemotécnicos oficiales, el número de datos, y el periodo de estudio. Fuente: Elaboración Propia a partir de datos suministrados por la Bolsa de Valores de Colombia.*

Se toma como variable la rentabilidad continua de cada activo, dado que los modelos autorregresivos se construyen con series estacionarias, tomando los retornos que estén dentro del intervalo  $\pm 3.5$  veces las desviaciones típicas de las series de acuerdo a Gimeno (2000).

Al estimar las estadísticas básicas para las diferentes series se encuentra que: todas las series presentan medias positivas estadísticamente significativas en los años 2001 a 2006; el IGBC muestra asimetría negativa durante todo el periodo y significativa hasta el año 2006 a pesar de que los valores extremos han sido eliminados; las series son leptocúrticas y la significancia del estadístico Jarque-Bera rechaza la hipótesis de que los retornos siguen una distribución Normal, lo cual según Espinosa (2008), es indicio de que las series han sido generadas por procesos no lineales. Por otro lado la prueba de Dickey y Fuller Aumentada (DFA) rechaza la hipótesis de que las series de retornos tienen una raíz unitaria; mientras que el intervalo de Bartlett y el estadístico de Ljung & Box (1978) muestran que las series presentan autocorrelación, siendo mayor en el primer rezago y en el subperiodo de 2008 a 2010.

Según Fama E. (1965), en un mercado eficiente la información está libremente disponible para todos los participantes, quienes intentan predecir los valores futuros de los activos del mercado. Esta competencia lleva a que en todo momento los precios actuales reflejen la información disponible. Si el mercado es eficiente, los precios solo cambian cuando se incorporan noticias no anticipadas, imposibilitando la predicción del comportamiento futuro del mercado, debido a que la información nueva que pueda producirse ya se ha incorporado en el precio del activo.

A diferencia de la Hipótesis de mercado eficiente, la hipótesis de mercado fractal no se basa en la nueva información que ingresa al mercado, sino en el uso que le da cada inversor de acuerdo a su horizonte temporal. Por tanto la información que ingresa al mercado depende del horizonte temporal de los inversores; según Peters (1994), un mercado fractal es ineficiente, tiene memoria, ciclos de mercado y tantos equilibrios como horizontes temporales de inversión hayan en el mercado; por lo tanto un mercado aparentemente aleatorio en realidad es determinista a largo plazo y a nivel global.

La primera parte de este trabajo consiste en eliminar la autocorrelación encontrada por el intervalo de Bartlett y el estadístico LB mediante el ajuste de modelos ARIMA y GARCH, siguiendo la metodología de Box-Jenkins. En tanto que la segunda parte se enfoca en la búsqueda de indicios de comportamiento caótico mediante el Coeficiente de Hurst. A continuación se detalla la metodología planteada por Hurst (1951).

### Coeficiente de Hurst

Se estima a partir del análisis del rango re-escalado (R/S), definido por Hurst y popularizado como herramienta estadística por Mandelbrot & Ness (1968). El coeficiente de Hurst (H) mide el nivel de persistencia de una serie; si la serie es persistente las tendencias se mantienen generando un  $H > 0,5$ ; mientras que cuando la serie es antipersistente las tendencias se revierten y  $H < 0,5$ ; pero si la serie es aleatoria genera un  $H = 0,5$ . Este coeficiente detecta memoria a largo plazo, evidenciando comportamiento no lineal y es calculado a través de la ley de potencia  $R/S(\tau) = (a * \tau)^H$ , donde  $a$  es una constante,  $\tau$  es el número de observaciones,  $H$  es el coeficiente de Hurst, y  $R/S(\tau)$  es el rango re-escalado.

Siguiendo la metodología usada por Pérez (2008), para calcular el coeficiente de Hurst de la serie temporal  $\{x_t\}$ , donde  $t = 1, 2, 3 \dots N$ ; se divide la serie en vectores  $\bar{r}_j$  de tamaño  $\tau_i = N/2i$ , donde  $i$  es un entero positivo y  $j = 1, 2, 3 \dots i$ . Para un valor de  $\tau$ , se hallan los valores promedio ( $M_j$ ) y las desviaciones estándar ( $S_j$ ) de cada vector.

$$M_j = \sum_{t=1+[(j-1)*\tau]}^{j*\tau} \left[ \frac{x_t}{\tau-1} \right] \quad (1)$$

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{\tau-1} \sum_{t=1+[(j-1)*\tau]}^{j*\tau} (x_t - M_j)^2} \quad (2)$$

Con el promedio  $M_j$  se transforman los datos originales, en una nueva serie que representa la diferencia acumulada respecto a la media

$$V_j = \sum_{t=1+[(j-1)*\tau]}^{j*\tau} (x_t - M_j) \quad (3)$$

Para cada  $j$ , el rango ( $R_j$ ) se calcula como la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de  $V_j$ . Luego se compara  $R_j$  con la desviación estándar hallada inicialmente. Matemáticamente, se expresa así  $[R/S]_j = R_j/S_j$ . El valor promedio de todos los  $[R/S]_j$  con tamaño de muestra  $\tau_i$ , es igual al valor  $[R/S]_i$  el cual es logaritmicamente proporcional a  $\tau_i$ , siguiendo la expresión  $\log(R/S) = H \log(\tau) + b$ .

## RESULTADOS

### Filtros ARIMA-GARCH

En base a la autocorrelación identificada y a la metodología Box-Jenkins, se ajustan los modelos ARIMA mostrados en la Tabla 2.

Para cada serie de residuos de los modelos ARIMA seleccionados se evalúa nuevamente la autocorrelación encontrándose que no es significativa en los primeros diez rezagos, sin embargo, el test ARCH rechaza la hipótesis nula de que las series son homocedásticas, identificando autocorrelaciones en

la varianza, lo cual hace necesario ajustar un modelo GARCH para cada activo (Ver Tabla 2), siguiendo la metodología ARIMA con los residuos al cuadrado. Finalmente, los modelos seleccionados permiten generar una serie de residuos sin autocorrelaciones significativas en sus primeros diez rezagos, que pudieran afectar la pruebas del coeficiente de Hurst; estas series de residuos representan al sistema original, de tal forma que si éste fuera aleatorio, los residuos seguirían un proceso ruido blanco, pero si fuera caótico, los residuos mostrarían dependencias no lineales, sensibilidad a las condiciones iniciales y memoria de largo plazo.

Tabla 2: Modelos ARIMA- GARCH (p, q)

| Periodo          | Modelo  |        |
|------------------|---|--------|
|                  | ARIMA   | GARCH* |
| <b>IGBC</b>      |   |        |
| Total            | $0.001 + 0.2r_{t-1} - 0.05r_{t-3}$  | (3,0)  |
| P1               | $0.001 + 0.32r_{t-1}$   | (1,1)  |
| P2               | $0.003 + 0.28r_{t-1} + 0.09r_{t-9}$   | (1,1)  |
| P3               | $0.15r_{t-1}$   | (1,1)  |
| P4               | $0.001 + 0.4r_{t-2} - 0.5r_{t-3} + 0.2u_{t-1} - 0.5u_{t-2} + 0.4u_{t-3}$        | (3,0)  |
| P5               | $0.11r_{t-1}$   | (1,3)  |
| <b>Ecopetrol</b> |   |        |
| Total            | 0.00085**   | (2,1)  |
| P1               | $-0.126r_{t-3} + 0.095r_{t-8}$  | (3,0)  |
| P2               | $0.097u_{t-4}$  | (3,1)  |
| <b>PREC</b>      |   |        |
| Total            | $0.095u_{t-1}$  | (1,1)  |
| <b>PFBCOLOM</b>  |   |        |
| Total            | $0.001 + 0.06r_{t-1} + 0.05u_{t-2}$   | (1,1)  |
| P1               | $0.0027 + 0.175r_{t-1}$   | (1,1)  |
| P2               | $-0.093u_{t-7}$   | (1,0)  |
| P3               | $-0.2r_{t-2} + 0.08r_{t-7} + 0.7r_{t-8} + 0.1u_{t-1} + 0.3u_{t-2} - 0.7u_{t-8}$ | (2,0)  |
| P4               | 0.00036**   | (1,1)  |
| <b>Gruposura</b> |   |        |
| Total            | $-0.139r_{t-4} - 0.101u_{t-8}$  | (5,0)  |
| <b>Cemargos</b>  |   |        |
| Total            | $-0.098r_{t-6} - 0.068u_{t-10}$   | (2,0)  |
| P1               | $0.17r_{t-1} - 0.7r_{t-10} - 0.3u_{t-1} - 0.11u_{t-6} + 0.72u_{t-10}$           | (1,3)  |
| P2               | $0.104r_{t-9}$  | (1,1)  |
| P3               | $-0.100r_{t-2}$   | (1,1)  |
| <b>Isagen</b>    |   |        |
| Total            | -0.000098**   | (1,1)  |
| P1               | $0.12r_{t-1} - 0.6r_{t-6} + 0.5r_{t-7} + 0.7u_{t-6} - 0.3u_{t-7}$               | (1,3)  |
| P2               | -0.000002**   | (2,0)  |
| <b>BColombia</b> |   |        |
| Total            | $0.0015 + 0.071r_{t-1}$   | (1,2)  |
| P1               | $0.003 + 0.135u_{t-1}$  | (2,5)  |
| P2               | $0.0026 + 0.146u_{t-1}$   | (1,1)  |
| P3               | $-0.15078r_{t-8}$   | (1,1)  |
| P4               | $0.114r_{t-8}$  | (1,1)  |
| P5               | 0.00048**   | (2,0)  |

\*Los modelos GARCH incluyen todos los términos p y q anteriores al del ajuste presentado. \*\*Las series en que no se identifican rezagos autocorrelacionados, no es necesario usar la metodología ARIMA; para estimar los modelos GARCH la regresión se hace respecto a la media. La tabla presenta los modelos ARIMA-GARCH estimados para cada activo y subperiodo siguiendo la metodología de Box-Jenkins. Fuente: Elaboración Propia, usando el software eviews 6.

### Coefficiente de Hurst

Para medir el nivel de persistencia en las series estudiadas, se calcula el coeficiente de Hurst, usando el código MATLAB desarrollado por Pérez (2008). Como criterio de decisión, si  $H > 0.5$ , la serie es persistente, lo cual es indicio de que no es un proceso de ruido blanco y que los datos son dependientes; si  $H < 0.5$  la serie es anti-persistente; pero si es igual a 0.5 la serie es ruido blanco.

Tabla 3: Coeficientes de Hurst

| Activo    | Período  | Serie            | Hurst        | Activo         | Período  | Serie                 | Hurst        |
|-----------|----------|------------------|--------------|----------------|----------|-----------------------|--------------|
| IGBC      | TOTAL    | AR(3)ARCH(3)     | 0.566        | GRUPOSURA      | TOTAL    | ARMA(4,8)GARCH(5,0)   | 0.710        |
|           | P1       | AR(1)GARCH(1,1)  | 0.661        |                | Promedio |                       |              |
|           | P2       | AR(9)GARCH(1,1)  | 0.662        | CEMARGOS       | TOTAL    | ARMA(6,10)ARCH2       | 0.504        |
|           | P3       | AR(1)GARCH(1,1)  | 0.583        |                | P1       | ARMA(10,10)GARCH(1,3) | 0.567        |
|           | P4       | ARMA(3,3)ARCH(3) | 0.558        |                | P2       | AR(9)GARCH(1,1)       | 0.608        |
|           | P5       | AR(1)GARCH(1,3)  | 0.551        |                | P3       | AR(2)GARCH(1,1)       | 0.638        |
| Promedio  |          | <b>0.597</b>     | Promedio     |                |          | <b>0.597</b>          |              |
| ECOPETROL | TOTAL    | GARCH(2,1)       | 0.578        | ISAGEN         | TOTAL    | GARCH(1,1)            | 0.629        |
|           | P1       | AR(8)GARCH(3,0)  | 0.549        |                | P1       | ARMA(7,7)GARCH(1,3)   | 0.687        |
|           | P2       | MA(4)GARCH(3,1)  | 0.651        |                | P2       | GARCH(0,2)            | 0.720        |
|           | Promedio |                  | <b>0.593</b> | Promedio       |          |                       | <b>0.679</b> |
| PREC      | TOTAL    | MA(1)GARCH(1,1)  | 0.573        | BCOLOMBIA      | TOTAL    | AR(1)GARCH(1,2)       | 0.478        |
|           | Promedio |                  | <b>0.573</b> |                | P1       | MA(1)GARCH(2,5)       | 0.598        |
| PFBCOLOM  | TOTAL    | MA(1)GARCH(1,1)  | 0.573        |                | P2       | MA(1)GARCH(1,1)       | 0.623        |
|           | P1       | AR(1)GARCH(1,1)  | 0.674        |                | P3       | AR(8)GARCH(1,1)       | 0.610        |
|           | P2       | MA(7)ARCH(1)     | 0.555        |                | P4       | AR(8)GARCH(1,1)       | 0.629        |
|           | P3       | ARMA(8,8)ARCH(2) | 0.629        |                | P5       | ARCH(2)               | 0.530        |
|           | P4       | GARCH(1,1)       | 0.545        | Promedio       |          |                       | <b>0.597</b> |
|           | Promedio |                  | <b>0.597</b> | PROMEDIO TOTAL |          |                       | <b>0.601</b> |

*Esta tabla presenta los coeficientes de Hurst calculados para cada serie y periodo estudiado; además del promedio de los coeficientes por subperiodos, el cual siempre es mayor al resultado del periodo total, indicando que el nivel de persistencia es mayor en el mediano plazo (aprox. 500 datos diarios). Se observa que todos los exponentes son mayores a 0.5 y su promedio es de 0.601 indicando persistencia en casi todas las series. Por otro lado se resalta que aunque en el IGBC se observa una tendencia de los coeficientes a aproximarse a 0.5, esta tendencia no se observa en todas las series, incluso en Ecopetrol, Cemargos e Isagen el nivel de persistencia aumenta de un subperiodo a otro. Fuente: Elaboración Propia.*

En la Tabla 3 se observa que todas las series producen coeficientes de Hurst mayores a 0.5 con un promedio de 0.601, es decir son persistentes y posiblemente caóticas, aun después de eliminar las dependencias de corto plazo mediante los modelos ARIMA-GARCH, excepto las series de los periodos totales de Cemargos y Bancolombia Ordinaria, que muestran aleatoriedad y antipersistencia, respectivamente. También, se verifica la importancia del análisis por subperiodos, pues su nivel de persistencia siempre es mayor al del periodo total, además permiten evaluar la evolución del mercado, el cual según el IGBC tiende a ser mas eficiente con el tiempo, pero según los coeficientes de Ecopetrol, Cemargos e Isagen tiende a ser más persistente, caótico e ineficiente, mientras que las series de Bancolombia no muestran una tendencia definida en este sentido; lo cual es un indicio de que evaluar un mercado mediante el índice general y en un solo periodo de estudio no es lo más adecuado para determinar su comportamiento.

## CONCLUSIONES

Con este trabajo se concluye que las series bursátiles de Colombia no son normales y presentan dependencias tanto de corto plazo como de largo plazo, identificadas mediante análisis de autocorrelación y el coeficiente de Hurst, respectivamente. Además se observa que el comportamiento de las series no puede ser explicado únicamente por modelos lineales ARIMA-GARCH, sino que se requiere la búsqueda de modelos no lineales que se ajusten al comportamiento caótico, evidenciado por los coeficientes de Hurst que muestran dependencias de tipo persistente en la mayoría de las series, esto con el propósito de predecir el mercado. Por otro lado se resalta la importancia de evaluar las principales acciones del mercado, además del índice, ya que se encontró que mientras el mercado en general representado por el IGBC tiende a incrementar su aleatoriedad y por ende a mejorar su eficiencia, las principales acciones en

general tienden a aumentar el nivel de persistencia e ineficiencia de un subperiodo a otro, lo cual también destaca la relevancia de la evaluación por subperiodos que permiten observar la evolución del mercado.

Una de las principales limitaciones de este trabajo es la división por subperiodos, ya que no se puede llevar a cabo según las tendencias del mercado tal como lo plantean Restrepo & Vásquez (2011), debido a que las pruebas de fractalidad requieren muestras de más de 500 datos para apoyar su validez (Katsev & L'Heureux, 2003), sería interesante en un estudio posterior evaluar el comportamiento caótico, mediante las demás pruebas de fractalidad propuestas por Peters (1994)

## REFERENCIAS

Alexander, S. (1961). Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks. *Industrial Management Review*, 2, 7-26.

Bachelier, L. (1900). *Teoría de la especulación*.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.

Box, G., & Jenkins, G. (1970). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco.

CEPAL. (2011, Junio). *La inversión extranjera directa en América Latina y el Caribe 2010*. (N. Unidas, Ed.) Retrieved Septiembre 23, 2011, from Comisión Económica para América Latina y el Caribe: [http://www.cepal.org/publicaciones/xml/9/43289/2011-322-Lie-2010-Web\\_Ultimo.pdf](http://www.cepal.org/publicaciones/xml/9/43289/2011-322-Lie-2010-Web_Ultimo.pdf)

Ceretta, P., & Frois, G. (2006). Empirical evidence of Long-Range Correlations and testing for nonlinear dependence in Stock Returns. *IX SEMEAD Administração no Conrexto Internacional FEA-USP*. São Paulo: Universidade de São Paulo.

Cowles, A., & Jones, H. (1937). Some A Posteriori Probabilities in Stock Market Action. *Econometrica*, 5, 208-294.

Di Matteo, T., Aste, T., & Dacorogna, M. M. (2005). Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. *Journal of Banking & Finance*, 827-851.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, 987-1008.

Eom, C., Choi, S., Oh, G., & Jung, W.-S. (2008). Hurst exponent and prediction based on weak-form efficient market hypothesis of stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(18), 4630-4636.

Espinosa, C. (2008). Comportamiento caótico en los mercados bursátiles latinoamericanos. *Análisis Económico*.

Fama, E. (1965). Time Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*, 34-105.

Fama, E. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25, 383-417.

- FMI. (2010). Aprovechando el viento a favor. *Perspectivas económicas: Las Américas*, 1-76.
- Gimeno, R. (2000). *Análisis Caótico de Series Temporales Financieras de Alta Frecuencia. El Contrato de Futuro sobre el Bono Nocional a 10 años*. Madrid: Universidad de Comillas.
- Grau, P. (1996). *Economía Dinámica Caótica: Una aplicación al mercado de capitales español*. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Hurst, H. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-808.
- Katsev, S., & L'Heureux, I. (2003). Are Hurst exponents estimated from short or irregular time series meaningful? *Computers & Geosciences*, 29, 1085-1089.
- Kyaw, N. A., Los, C. A., & Zong, S. (2003). Persistence Characteristics of Latin American Financial Markets. *Kent State University*.
- Leiton, K. (2011). *Validez del Supuesto de Neutralidad del Horizonte de Tiempo en el CAPM y la Metodología del Rango Reescalado: Aplicación a Colombia*. Universidad del Rosario.
- Lim, K., & Brooks, R. (2010). Why do emerging stock markets experience more persistent price deviations from a random walk over time? A country-level analysis. *Macroeconomic Dynamics*, 14, 3-41.
- Lipka, J. M., & Los, C. A. (2003). Long-Term Dependence Characteristics of European Stock Indices. *Kent State University*.
- Ljung, G. M., & Box, G. E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 297-303.
- Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic Flow. *Journal of Atmospheric Sciences*, 20, 130.
- Los, C., & Yu, B. (2005). *Persistence Characteristics of the Chinese Stock Markets*. Kent: Kent State University.
- Mandelbrot, B. (1982). The Fractal Geometry of Nature.
- Pérez, R. (2008). Programa en Matlab para el cálculo del exponente de Hurst y dimensión fractal de series de tiempo. *Bol-e: boletín electrónico del Centro de Geociencias*, 4(3).
- Peters, E. E. (1989). Fractal Structure in the Capital Markets. *Financial Analysts Journal*, 45(4), 32-37.
- Peters, E. E. (1994). *Fractal Market Analysis*. Wiley Finance Editions.
- Restrepo, J., & Vásquez, H. (2011). *Análisis del Índice General de las Bolsas de Valores de Colombia (IGBC), Chile (IPSA) Y Perú (IGBVL), y sus rendimientos desde la teoría del Caos 2001-2011*. Universidad EAFIT.
- Takens, F. (1981). Detecting Strange Attractors in Turbulence. *Lecture Notes in Mathematics*, 366-381.
- Zunino, L., Tabak, B., Pérez, D., Garavaglia, M., & Rosso, O. (2007). Inefficiency in Latin-American market indices. *The European Physical Journal B*, 60, 111-121.

Zuninoa, L., Figliolad, A., Tabake, B., Pérez, D., Garavagliaa, M., & Rossog, O. (2009). Multifractal structure in Latin-American market indices. *Chaos, Solitons & Fractals*, 41(5), 2331–2340.

## BIOGRAFÍA

Juan Benjamín Duarte Duarte es Magister en Finanzas de Empresas de la Universidad Complutense de Madrid. Profesor Asociado en la Universidad Industrial de Santander, adscrito a la cátedra de Finanzas y Presupuestos. Se puede contactar en la Escuela de Estudios industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, Carrera 27, Calle 9, Ciudad Universitaria, Bucaramanga, Colombia. Correo electrónico: jbduarded@hotmail.com

Katherine Julieth Sierra Suárez es Ingeniera Industrial de la Universidad Industrial de Santander. Puede ser contactada en la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Universidad Industrial de Santander, Carrera 27, Calle 9, Ciudad Universitaria, Bucaramanga, Colombia. Correo electrónico: katjulss@gmail.com

Juan Manuel Mascareñas Pérez-Iñigo es Doctor en Administración de Empresas, Profesor Catedrático de Economía Financiera, Universidad Complutense de Madrid-España. Se puede contactar en el Departamento de Economía Financiera y Contabilidad de la Universidad Complutense de Madrid. Correo electrónico: jmascare@ccee.ucm.es