EVALUACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA APOYAR DECISIONES EMPRESARIALES COMPLEJAS

Yoannia Arean Rodríguez, Universidad para la Cooperación Internacional
Alejandro Rosete Suárez, Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría
Franklin Marín Vargas, Universidad para la Cooperación Internacional

RESUMEN

El proceso de toma de decisiones que implique optimizar recorridos, ya sea de reparto de mercancías, servicios de mensajerías, circuitos turísticos, entre otros, es por lo general una tarea difícil. Aparece aquí uno de los problemas que ha sido y continúa siendo, un reto para científicos de diversas áreas: el problema del viajante de comercio. Este trabajo se enfoca en la evaluación, mediante el uso de algoritmos metaheurísticos, de un modelo creado a partir del análisis de un caso muy particular de este problema, en el que fue necesario considerar ventanas de tiempo. Determinar cuál de los algoritmos seleccionados brinda una mejor solución proporcionará una ayuda para los decisores de empresas que requieran analizar las variables incorporadas en el modelo, permitiéndoles seleccionar el recorrido más cercano al óptimo.

PALABRAS CLAVES: Problema del Viajante, Metaheurísticas, Toma de Decisiones

EVALUATION OF A MATHEMATIC MODEL TO SUPPORT COMPLEX DECISION MAKINGS

ABSTRACT

The decision making process that implies optimizing paths for goods delivery, messaging services, tours, and others, is usually a difficult task. One problem, that has been and continues being, a challenge for scientists in different areas is the trade traveler problem. This paper focuses on evaluation, through the use of metaheuristics algorithms, of a model created based on the analysis of a particular case of this problem. In this special case it was necessary to consider time windows. The goal is to determine which algorithm provides a better solution will provide an aid to decision-makers of companies that require analyzing the variables included in the model.

JEL: C00, C02, C44, C61, C63

KEYWORDS: Travel Salesman Problem, Metaheuristics, Decision Making

INTRODUCCIÓN

Al tomar decisiones un líder debe enfrentarse a varios tipos de problemas: los estructurados que representan situaciones repetitivas, los semiestructurados en los que no se conocen todos los elementos que caracterizan la situación y los no estructurados que son por lo general situaciones nuevas que deben ser resueltas (Parsons, 2008).

Se toman decisiones que en algunos casos se tornan difíciles aunque se esté ante problemas estructurados o semiestructurados, debido a la cantidad de posibles soluciones que deben ser analizadas para encontrar la idónea. Es por eso que la ciencia de la administración debe apoyarse de la investigación de operaciones para simular, a través de modelos matemáticos, situaciones complejas y comprobarlas a través de algoritmos muy específicos. En el área de ventas muchas empresas deben organizar sus recorridos para entregar productos a los clientes. Aparece en este ámbito el problema del viajante de comercio, de antemano conocido como un clásico en el área de la optimización combinatoria. Aunque se presenta de múltiples maneras, su planteamiento gira en torno a visitar varios puntos de un recorrido una sola vez, iniciando y finalizando en el punto de partida; este tipo de recorrido se conoce como tour o circuito y lo que se busca es encontrar el circuito más eficiente, llamado óptimo o más acertadamente: cercano al óptimo. Esto último se dice porque al tratar de encontrar el mejor circuito se utilizan técnicas que se orientan a optimizar la búsqueda en grandes espacios de soluciones posibles, dichas técnicas no dan garantía de óptimo pero sí logran brindar una buena solución. El nombre del problema se adopta porque ese tipo de recorrido es el que utiliza un comerciante cuando debe visitar diversas ciudades para dejar su mercancía y requiere optimizar su recorrido para visitarlas una sola vez y regresar siempre al punto de partida. El problema es conocido también como TSP por sus siglas en inglés (Travel Salesman Problem). Debido a su complejidad y al tamaño del espacio de búsqueda, este problema se ha enfrentado utilizando algoritmos metaheurísticos, siendo éstos métodos aproximados diseñados para resolver problemas de optimización combinatoria, como en este caso.

Este trabajo se orienta a apoyar procesos de toma de decisiones empresariales para un caso muy específico del TSP que se presenta en las empresas visitadas como parte de la investigación. Se diseñó un modelo matemático a partir del análisis de la situación presentada y se utilizaron varios algoritmos metaheurísticos revisando su comportamiento con la función objetivo que se obtuvo en el modelo, lo que permitió decidir cuál de todos puede brindar soluciones más cercanas a las óptimas. El resto de la investigación está organizada como sigue. En la sección de revisión literaria se muestra la evolución de los trabajos relacionados con el TSP desde sus inicios y sus primeras aplicaciones para resolver problemas reales, las diferentes variantes que adopta este problema y los métodos que se han utilizado a lo largo de los años para intentar solucionarlo, hasta llegar a los estudios recientes que aplican metaheurísticas complejas. En la sección de metodología se describen los pasos realizados para la obtención del modelo matemático, donde se identifican las variables relacionadas con la situación particular que se modela y se analiza la relación entre éstas. Posteriormente la sección de resultados presenta y discute los experimentos realizados en dos casos de estudios reales en que se empleó la propuesta. Se finaliza con las conclusiones, limitaciones y futuras líneas de investigación.

REVISIÓN DE LITERATURA

Numerosas investigaciones han abordado el tema del problema del viajante de comercio, pues sigue siendo un reto encontrar una solución exacta cada vez que se da esta situación en una de sus variantes. En los últimos años, se han realizado varias investigaciones relacionadas con el tema, tratando de apoyar la búsqueda de soluciones más efectivas para situaciones específicas en las que se presenta el mismo, debido a esto en la literatura especializada es posible encontrar numerosos trabajos, cada uno con enfoques muy concretos.

La primera formulación del TSP fue presentada en 1956 por Flood (Gass, 2005), considerado como un pionero en unir las ciencias de la administración con la investigación de operaciones. A raíz de sus estudios, en 1959 se conoce el primer trabajo real aplicado a la distribución de gasolina, los autores fueron Dantzing y Ramser (Golden, Raghavan, & Wasil, 2008).

En 1960 el problema comienza a ser más popular entre científicos europeos y estadounidenses. Miller, Tucker y Zemlin (Chinneck, Kristjánsson, & Saltzman, 2009) trabajan sobre la generalización del TSP que consistió en modelar la situación como problema lineal entero e introducen el método de plano de corte, permitiendo subdividir el problema y así intentar dar una solución trabajando con n circuitos, con n vehículos, con la restricción de que el único punto del recorrido que se visitaría dos veces es el primero al que llamaron almacén. Esta variante se conoce como el n-TSP.

Con el ánimo de continuar la búsqueda de una solución exacta en 1969, Tillman (Rand, 2009) comienza a hablar del TSP probabilístico, donde se le asigna a cada punto del recorrido una probabilidad que ayuda a manejar que esté disponible o no el cliente para realizar la entrega. A esta variante del problema se conoce como P-TSP. A partir de ese estudio se comienza a trabajar el TSP generalizado e inician los análisis para incorporar otras variables que hacen más complejo el problema al considerar la capacidad de los vehículos. Luego, Richard M. Karp mostró en 1972 que el TSP era NP-completo, una clasificación dada para problemas muy difíciles de resolver dentro de las ciencias de la computación y muestra por primera vez una explicación científica para la dificultad computacional que representa encontrar circuitos óptimos (Jèunger & Liebling, 2010). Después de este aporte aparecen varias clasificaciones para el TSP entre ellas la de considerar importante el tiempo de llegada a cada punto del recorrido, a esta variante se conoce como TSP con ventanas de tiempo (Golden, Raghavan, & Wasil, 2008).

Muchos trabajos se han realizado en torno a esta variante del TSP con ventanas de tiempo, según la literatura iniciaron desde los años 90 (Koskosidis, Powell, & Solomon, 1992). Este es un tema que atrae a muchos científicos, pues el problema se presenta de diferentes maneras. En el 2006, por ejemplo, se realiza un estudio en el que se utilizan dos funciones objetivo para tratar las ventanas de tiempo en la entrega a clientes y las ventanas de tiempo en el viaje entre cada cliente, al tratar de generalizar el problema se enfrentaron a una situación NP-duro y utilizando algoritmos de programación dinámica, se aportó una solución, concluyéndose que al trabajar con distancias relativamente cortas y permitiendo pequeñas violaciones en las ventanas de tiempo es posible generalizar la propuesta teniendo en cuenta las variables que analizaron básicamente distancias y ventanas de tiempo (Hashimotoa, Ibarakib, & Im, 2006).

Realizar la distribución de productos en diversos puertos requiere de la optimización de los circuitos de transporte marítimo. El trabajo realizado por Agarwal y Ergun en el 2008 se centró en crear un modelo matemático y utilizar tres algoritmos heurísticos para revisar el comportamiento de dicho modelo. Se utilizó un algoritmo ávido, un algoritmo basado en la generación de columnas y un algoritmo basado en descomposición Benders, siendo los dos últimos los que permitieron un mejor resultado (Agarwal & Ergun, 2008). Un trabajo relacionado con la variante del TSP con ventanas de tiempo realizado en 2009 y publicado en 2010 por Heilporn, Cordeu y Laporte (Heilporn, Cordeau, & Laporte, 2010) se enfocó en minimizar la duración del viaje entre un depósito y varias ubicaciones de los clientes. Para lograrlo utilizaron dos técnicas diferentes relacionadas con programación lineal entera mixta: flujo de arco clásico y asignación secuencial, finalmente se utilizó la metaheurística de búsqueda tabú, demostrando que con la primera técnica aplicada a la función objetivo y con el uso de la lista tabú se obtuvieron buenos resultados.

Muchos trabajos utilizan otros tipos de metaheurísticas más complejas como es el caso del propuesto por Philip, Adio y Kehinde en 2011 (Philip, Adio Taofiki, & Kehinde, 2011), donde se utiliza un algoritmo genético, generando una población a partir de una posible solución inicial, de la población resultante se obtiene un mejor cromosoma que es un tour o circuito, el cual vuelve a ser una solución a partir de la cual se genera una nueva población. Con esta propuesta obtuvieron buenas soluciones notando que a medida que aumenta el número de puntos en el circuito, el tiempo para encontrar soluciones crece.

En 2012 se prueba un modelo de TSP con ventanas de tiempo suaves, basado en costos del transporte y del servicio, partieron de soluciones iniciales diferentes y utilizaron el método de búsqueda tabú detectando que éste proporcionó buenos resultados en un tiempo razonable. (Duygu, Woensel, & Dellaert, 2012). También en el 2012 se realiza una aproximación para reducción de coste en un caso del TSP utilizando algoritmos genéticos, proponiendo un nuevo operador de cruce partiendo de que el operador de cruce es el principal para el TSP y demostrando que su propuesta es válida (Phogat, Agrawal, & Chauhan, 2012). En 2013, (López Ibáñez, Blum, & W. Ohlmann, 2013) se realiza un estudio en el que se analiza la variante del TSP con ventanas de tiempo partiendo de que el TSP en sus variantes más estudiadas (considerando distancias y otras variables) minimizan el tiempo de viaje, mientras que al utilizar la variante que estos autores consideran menos estudiadas (ventanas de tiempo) se minimiza el makespan, que significa el tiempo en que se termina todo el trabajo. En la propuesta se utiliza un algoritmo del tipo ant colony optimization (ACO) y el recocido simulado obteniendo muy buenos resultados.

Ha resultado interesante revisar en la literatura sobre el estado del arte de la toma de decisiones empresariales, concluyendo que los estudios sobre el tema iniciaron hace ya varios años. En 1967 Peter Drucker (Drucker, 1967), publica un artículo que marcó una pauta en la necesidad de tomar decisiones efectivas dentro de las organizaciones, proponiendo pasos que si son ignorados, pueden repercutir en que la decisión tomada no sea del todo adecuada. El primero de esos pasos se relacionó con la clasificación del problema, por primera vez se hace una caracterización que evolucionó años posteriores a la identificación de los tres tipos de problemas: estructurados, semiestructurados y no estructurados (Parsons, 2008), vistos en el acápite anterior.

De la información recopilada sobre trabajos relacionados con el TSP con ventanas de tiempo, es posible notar que muchas variables se repiten: distancias y tiempo del recorrido entre los puntos y las ventanas horarias, también se consideran las penalizaciones sobre todo en las llegadas tardías a cada punto del recorrido. Es importante notar que los trabajos revisados parten de modelos matemáticos, que buscan crear una función objetivo lo suficientemente robusta, por medio de la cual se puedan aplicar diferentes algoritmos y solucionar los tipos de situaciones específicas en cada caso. Se pudo apreciar también que en muchos trabajos se aplican algoritmos metaheurísticos que son al final los que producen los mejores resultados, aunque en un problema tan complejo es válido pensar que se pueden aplicar otras técnicas como la programación dinámica o nuevos operadores en el caso de algoritmos genéticos.

Como se aprecia, aparecen muchas referencias recientes a modelos que se orientan a apoyar situaciones específicas del TSP, concluyendo que depende en muchos casos de las características propias de cada organización y de las variables que aparecen y los objetivos que se buscan. En los trabajos mencionados, no es posible modelar la importancia relativa de los clientes de cara a un posible incumplimiento de las ventanas de tiempo. Este aspecto es muy importante en la toma de decisiones de un contexto real. La sección siguiente presenta un modelo que se enfoca en lograr esta flexibilidad.

METODOLOGÍA

En este estudio se analizó primero la forma en que se presenta el TSP en dos empresas, lo que permitió la identificación de las variables que ayudaron a construir el modelo matemático, seguidamente se realizó una selección de algoritmos con el fin de hacer un estudio comparativo para probar el modelo obtenido y así encontrar cuál de todos brinda una mejor solución al problema que se analiza.

Variables

En el análisis realizado, a cada punto del recorrido se le llamó cliente y para cada uno de ellos se consideraron las siguientes características:

- Nombre del cliente o identificador
- Hora a partir de la cual se puede iniciar la entrega
- Hora en que se debe concluir la entrega
- Factor de importancia (importancia de llegar dentro de la ventana horaria definida antes)
- Duración de la entrega

Para el modelo se consideró además:

- Penalización por entrega tardía
- Hora ideal de llegada

Datos que se requieren entre clientes:
- Distancia
- Tiempo aproximado que demora recorrido

A partir de lo anterior se deben considerar algunas restricciones:
- El único punto que se visita dos veces durante el recorrido es el almacén (punto de partida).
- Cada cliente es visitado solo una vez.
- Se debe llegar en la ventana de tiempo indicada por el cliente.
- Debido a la relatividad de la última restricción, el modelo permite otorgar pesos para lograr mayor flexibilidad del mismo, de aquí que se adicionaron las siguientes variables:
  - $\alpha =$ peso que indica el nivel con que se considerará la distancia
  - $\pi =$ peso que indica el nivel con que se considerará el tiempo de llegada a cada punto
  - $\delta =$ peso que indica el nivel con que se considerará el retraso con que se llega a un punto.

Formulación del Modelo Matemático

Se parte de un grafo dirigido $G = (C, A)$ donde:

C: Conjunto de vértices (clientes) $C = \{c_1, c_2, \ldots, c_n\}$
A: Conjunto de arcos $A = \{(c_i, c_j)\ \forall\, c_i, c\ \in C\}$

Del conjunto de vértices, uno de ellos representa el almacén, que es el punto de partida y llegada, formando un circuito. Los demás vértices representan los clientes. El conjunto de arcos representa el lugar por el que se debe transitar para llegar de un cliente a otro. Se trata entonces de encontrar el recorrido que represente el menor costo para la empresa y la mayor satisfacción posible para el cliente.

En las entrevistas realizadas se identificaron los siguientes parámetros:
- El tiempo que debe durar la entrega al cliente, que dentro de la definición del TSP con ventanas de tiempo se conoce como tiempo de servicio.
- La hora en que debe iniciarse el servicio al cliente y la hora de salida, lo cual se conoce como ventana de tiempo.

Otros aspectos que deberían considerarse son:
- Un tiempo de atraso en el inicio del servicio ofrecido al cliente
- Se debe tener en cuenta que hay clientes más importantes que otros, esto quiere decir que hay clientes con los que es muy importante cumplir con el horario establecido entregando el producto solicitado y en buen estado. Sería interesante considerar un peso que identifique la importancia de llegar en tiempo a un determinado cliente.
- Teniendo en cuenta lo anterior también es necesario aplicar una penalización por llegada tardía a un cliente.

Todos los parámetros anteriores definen variables para el modelo. Igual que en el planteamiento del TSP básico es necesario especificar la existencia o no de un camino entre un cliente y otro.

Si existe un arco entre dos vértices equivale a decir que se ha viajado desde un cliente a otro, lo cual se representa como:

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si se recorre un camino entre los clientes } (c_i, c_j) \\ 0 & \text{si no se recorre un camino entre los clientes } (c_i, c_j) \end{cases} \tag{1}$$

La ventana de tiempo se define como:

$$\mathrm{VT} = |\mathrm{T}_{\mathrm{ini}_{(c_i)}}, \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}}| \tag{2}$$

Dónde:

$\mathrm{T}_{\mathrm{ini}_{(c_i)}}$: tiempo en que está programado con antelación comenzar a dar el servicio en el cliente c_i.
$\mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}}$: tiempo en que está programado con antelación finalizar el servicio en el cliente c_i.

Se denota como:

$\mathrm{T}_{\mathrm{ideal}c_i}$ = Hora ideal en que comienza la operación en el cliente c_i.

Es posible entonces calcular el atraso incurrido al dar el servicio al cliente y podría estar dado por:

$$r_{v_i} = \max\left(0, \mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} - \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}}\right) \tag{3}$$

La ecuación anterior se explica de la siguiente manera:

Si $\mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}}$ es el tiempo ideal de llegada al cliente y $\mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}}$ representa la hora de salida o de culminación del servicio entonces si $\mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} > \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}}$ quiere decir que hubo un retraso y puede ser representado como:

$$\mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} - \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}} \tag{4}$$

Si $\mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} < \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}}$ entonces no hubo retraso y el servicio llegó en el tiempo esperado, por lo tanto la función devolverá el valor 0.

Como se había explicado antes, puede ser que haya clientes que se consideren muy importantes y que sea necesario tratar de cumplir la ventana de tiempo establecida. Para resolverlo se puede utilizar un parámetro que permita otorgar un peso a cada cliente. Ese peso puede se representa por: μ_i

El valor de μ_i estará en correspondencia con la importancia de cumplir con la ventana horaria del cliente.

Al considerar este nuevo parámetro el retraso del cliente quedaría como sigue:

$$r_{c_i} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad \mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} < \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}} \\ \mu_i\left(\mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} - \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c)}}\right) & \text{si} \quad \mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} > \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}} \end{cases} \tag{5}$$

Una variable a considerar está relacionada con entregas tardías, cuando esto ocurre se debe penalizar esa entrega, es por eso que se propone tener en cuenta un factor de penalización por entrega tardía que se denominará β_i , por lo tanto la función r_{c_i}, se redefine como sigue:

$$r_{c_i} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad \mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} < \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}} \\ \beta_i * \mu_i\left(\mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} - \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}}\right) & \text{si} \quad \mathrm{T}_{\mathrm{ideal}_{(c_i)}} > \mathrm{T}_{\mathrm{fin}_{(c_i)}} \end{cases} \tag{6}$$

Si se vuelve a analizar el problema pensando en un grafo se aprecia lo siguiente:

Cada arco del grafo tiene dos propiedades, una es la distancia entre los dos vértices que une el arco y otra es el tiempo que toma recorrer esa distancia entre esos dos vértices. Estas dos variables deben considerarse en la función objetivo.

Esta función objetivo además debe tener en cuenta la función modelada relacionada con las tardanzas de arribo a cada vértice y el análisis de las variables que intervienen: importancia del cliente y penalización por entrega tardía.

La tardanza siempre se analiza en el nodo de llegada, pues en el problema del viajante se debe pensar en un grafo dirigido. Pero aún falta algo y es que para calcular el retraso de llegada a un cliente hay que sumar el tiempo de servicio en el cliente anterior a él, o sea donde ocurrió la llegada tardía, esto implica un cambio en la función anterior:

$$r_{c_i} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad T_{ideal_{(c_i)}} < T_{fin_{(c_i)}} \\ \beta_i * \mu_i \left(T_{ideal_{(c_i)}} - T_{fin_{(c_i)}} \right) + \quad T_{servicio_{(c_i)}} & \text{si} \quad T_{ideal_{(c_i)}} > T_{fin_{(c_i)}} \end{cases} \qquad (7)$$

La función objetivo quedaría definida como:

$$f(x) = \text{Min} \ \left(\sum_{i=0,j=1}^{n} d_{ij} + \sum_{i=0,j=1}^{n} t_{ij} + \sum_{j=0}^{n} r_{c_j}\right) \qquad \text{donde } i \neq j \qquad (8)$$

Que representa lo siguiente:

d_{ij}: es la distancia de trasladarse desde el cliente i al cliente j.
t_{ij}: es el tiempo estimado que demora trasladarse desde el cliente i al cliente j.
r_{c_j}: es el atraso de inicio del servicio al cliente j definido antes.

Con la función obtenida antes, se tendría un modelo muy rígido, pues se deben analizar siempre las distancias, los tiempos, el retraso de llegada a un punto, pero si solo se desea analizar un aspecto, o sea: revisar el comportamiento solo con distancias o solo con los tiempos o con ambos, entonces convendría agregar pesos que permitan considerar uno u otro aspecto, esto permitirá contar con un modelo más flexible.

Se supone entonces denotar a:

α = peso que indica el nivel con que se considerará la distancia
π = peso que indica el nivel con que se considerará el tiempo de llegada a cada punto
δ = peso que indica el nivel con que se considerará el retraso con que se llega a un punto

De esta forma la función objetivo se redefine como:

$$f(x) = \text{Min} \ \left(\alpha * \sum_{i=0,j=1}^{n} d_{ij} + \pi * \sum_{i=0,j=1}^{n} t_{ij} + \delta * \sum_{j=0}^{n} r_j \right) \qquad \text{donde } i \neq j \qquad (9)$$

Es necesario también considerar las restricciones del modelo:
Los clientes solo pueden ser visitados una vez:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \text{si } i \neq j \qquad (10)$$

El vehículo debe salir y retornar al punto donde se inició el recorrido, que se corresponde con el almacén Si se denota el almacén como e y z el último cliente del recorrido, entonces existe un arco entre $A_{e,z} = A_{z,e} = 1$.

Para cualquier otro cliente i no existe arco que lo lleve a z por tanto $A_{e,i} = A_{i,e} = 0$

La importancia del cliente será dada por un número entero entre 1 y 10 donde 1 es más importante y 10 es menos importante. Muchas veces grandes empresas manejan muchísimos clientes que a su vez son microempresas, cuando se trata de averiguar cuán importante son esos clientes, por lo general no está claro, como en el caso que se investiga, lo que se hizo para otorgar ese nivel de importancia fue detectar cuantas veces a la semana se incluyen en los circuitos y cuanto representan desde el punto de vista económico para la empresa.

El momento o tiempo ideal en que se inicia el servicio en el cliente debe ser mayor o igual al tiempo inicial que se plantea en la ventana de tiempo y menor o igual al tiempo de finalización:

$$T_{ini_{(c_i)}} \leq T_{ideal_{(c_i)}} \leq T_{fin_{(c_i)}} + r_{c_i} \qquad (11)$$

El modelo creado ha permitido crear una función objetivo flexible, con la posibilidad de otorgar pesos diversos a varias variables, lo que abre la posibilidad de utilizarlo en diferentes escenarios.

RESULTADOS

Se decide probar el funcionamiento del modelo utilizando metaheurísticas muy simples y un poco más complejas con el fin de establecer pautas para futuros trabajos de aplicación del mismo. Los algoritmos seleccionados fueron:
Búsqueda aleatoria
Camino aleatorio
Escalador de colinas
Escalador de colinas con reinicio
Recocido simulado (Talbi, 2009).

A partir del modelo obtenido y los algoritmos seleccionados, se realizaron pruebas con dos conjuntos de datos diferentes, representando dos casos reales: un recorrido de 14 puntos y un recorrido de 10 puntos. Cada punto representa un cliente que espera un determinado producto. Para cada uno de los algoritmos se generaron en 20 ocasiones 5000 posibles soluciones evaluándose cada una en la función objetivo; esto implica que fueron analizados 100000 diferentes circuitos como posibles soluciones para cada metaheurística programada, con el fin de buscar dentro de un amplio espacio de soluciones posibles.

Cada punto o cliente de los circuitos analizados fue identificado con los mismos códigos proporcionados por la empresa visitada. Para aplicar el modelo se tuvieron en cuenta las variables utilizadas para construirlo. A continuación se muestran los valores que tomaron esas variables en este análisis:
El tiempo de servicio en los circuitos de 10 y 14 puntos osciló entre 5 horas como promedio entre todos los clientes.

Las ventanas de tiempo fueron especificadas para cada cliente en particular, trabajando con dos variables: tiempo de inicio del servicio y tiempo en que debe finalizar el mismo.

En los experimentos realizados con los dos circuitos, se otorgaron los pesos siguientes:

$\alpha = 0.3$
$\pi = 0.5$
$\delta = 0.2$

Como se puede apreciar, el menor valor se otorgó a δ, que representa el tiempo de retraso en la entrega, le sigue α que representa la importancia de generar circuitos que optimicen el recorrido y por último la hora de llegada representada por π, por ser la variable más relativa y porque las ventanas de tiempo en cada cliente proporcionan un margen bastante amplio. De aquí que el objetivo en este experimento sea encontrar circuitos más cercanos a los óptimos que permitan llegar con el menor retraso, recorriendo la distancia mínima aunque esto implique no llegar en la hora exacta, pues es lo más difícil de cumplir en el mundo real.

Otra variable que se debe considerar en el modelo es la importancia relativa que tiene un cliente para la empresa. Para clientes que la empresa tiene especial interés en conservar, es importante proporcionarles un buen servicio. Para lograr esto se estableció un orden ascendente de prioridad entre 1-10, indicando que los clientes más cercanos a 1 son los más importantes y los más cercanos a 10 son los menos importantes. La Tabla 1 muestra los códigos de cada cliente y su nivel de importancia para la empresa.

Tabla 1: Códigos de Algunos Clientes y Nivel de Importancia Para la Empresa

Código	Nivel de Importancia para la empresa
10876	5
70632	6
78689	4
1752	7
54273	8
56321	8
71882	8
8906	1
34295	3
71888	3
10857	9
13318	2

En esta tabla se muestra la codificación utilizada para cada cliente y la importancia que representa para la empresa analizada. Los niveles de importancia son dados entre 1 y 10 indicando que los clientes más cercanos a 1 son los más importantes y los más cercanos a 10 son los menos importantes. Para esta empresa en particular los niveles de importancia fueron dados por la cantidad de veces que se incluyen en los circuitos.

Como se mencionó antes la importancia de los clientes para esta empresa en particular está dada por las veces que se integran a los circuitos. Para la comparación se utilizó la siguiente nomenclatura:

BA: búsqueda aleatoria
CA: camino aleatorio
EC: escalador de colinas
ECR: escalador de colinas con reinicio
RS: recocido simulado

Las dos últimas metaheurísticas requieren de parámetros que permitan el reinicio para continuar analizando el espacio de soluciones. En el escalador de colinas con reinicio, el parámetro es utilizado para analizar la cantidad de veces en que las nuevas soluciones encontradas no están mostrando valores menores de la función objetivo, eso significa que no se está encontrando un óptimo, o puede indicar que haya caído en un óptimo local. En este caso lo que se hace es generar una nueva solución aleatoria y reiniciar el parámetro, lo que obliga a seguir buscando soluciones (Talbi, 2009). El parámetro utilizado tomó un valor de 100.

El recocido simulado es un algoritmo que simula el proceso físico que ocurre cuando se van a recocer sólidos: se aumenta la temperatura de un sólido cristalino y luego se baja hasta alcanzar un estado deseado. También se usa un parámetro numérico que indica un estado muy alto de temperatura que decrece en cada iteración, aumentando las posibilidades de análisis del espacio de soluciones (Talbi, 2009). El parámetro utilizado tomó un valor de 5000.

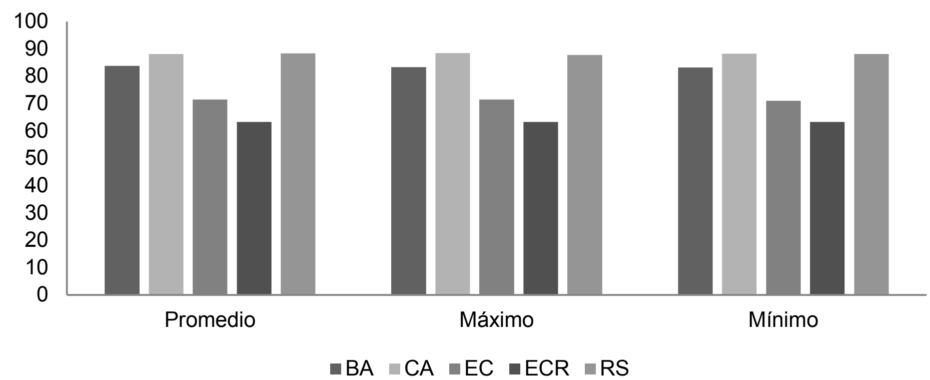
Para realizar las comparaciones se analizaron los valores promedios, mínimos y máximos obtenidos al evaluar el modelo y analizar el comportamiento de la función objetivo. Al comparar los resultados con un recorrido de 14 puntos, la metaheurística que obtuvo el mejor valor de la función objetivo fue el escalador de colinas con reinicio, como se muestra en la Tabla 2 y en la Figura 1.

Tabla 2: Comparación de Resultados Generales de Metaheurísticas en Circuito de 14 Puntos

	BA	CA	EC	ECR	RS
Promedio	83,7805	88,07375	71,4635	63,252	88,33475
Máximo	83,2645	88,44631579	71,47702632	63,31484211	87,81051316
Mínimo	83,21052632	88,21809211	71,01631579	63,22263158	88,15868421

En esta tabla se puede apreciar que el valor mínimo de la función objetivo lo brinda el escalador de colinas con reinicio, nótese que los valores obtenidos son considerablemente más eficientes que los obtenidos al aplicar los otros algoritmos.

Figura 1: Resultados Generales del Análisis de Metaheurísticas en Circuito de 14 Puntos



En esta Figura se muestra la comparación entre los diferentes algoritmos. Se puede apreciar el comportamiento del escalador de colinas con reinicio con menores valores al evaluarse en la función objetivo.

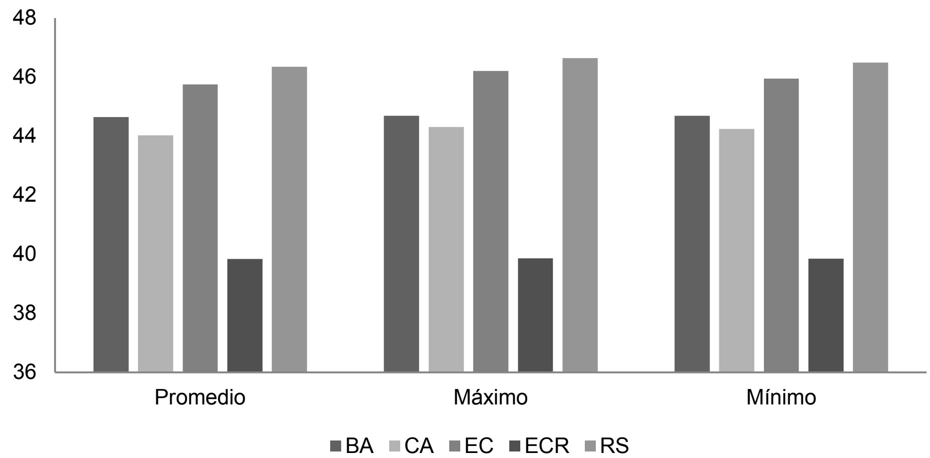
La Tabla 3 y la Figura 2, muestran a continuación los resultados de las comparaciones entre los algoritmos al utilizar un circuito de 10 puntos.

Tabla 3: Comparación de Resultados Generales de Metaheurísticas en Circuito de 10 Puntos

	BA	CA	EC	ECR	RS
Promedio	44,6455	44,021	45,75025	39,83425	46,3455
Máximo	44,68710526	44,30768421	46,20422368	39,86575	46,63684211
Mínimo	44,68344737	44,24605263	45,94789474	39,85	46,48739474

En esta tabla se puede apreciar que el valor mínimo de la función objetivo lo brinda el escalador de colinas con reinicio utilizando el circuito de 10 puntos.

Figura 2: Resultados Generales de Metaheurísticas en Circuito de 10 Puntos



En esta figura se muestra la comparación entre los diferentes algoritmos. Se puede apreciar nuevamente el comportamiento del escalador de colinas con reinicio con menores valores al evaluarse en la función objetivo.

En general este trabajo se orienta a apoyar decisiones en organizaciones, a diferencia de otras investigaciones similares, se creó una función objetivo que considera además de la penalización por llegada tardía, un factor de peso que indica que un cliente es importante para la empresa y un peso asociado a la distancia entre cada punto, lo que permite lograr flexibilidad en esta nueva propuesta. Otra diferencia de este trabajo con otros revisados es la comparación que se realiza con cinco algoritmos metaheurísticos diferentes, para analizar el comportamiento del modelo, esto permitió decidir cuál de todos se comportaba mejor. Como se ha notado, cada aplicación del TSP con ventanas de tiempo resuelve situaciones particulares. En este caso se trata de apoyar la toma de decisiones en pequeñas y medianas empresas con recorridos que abarcan entre 10 y 14 puntos, aunque también es posible aplicarlo en organizaciones más grandes que dividen sus recorridos por sectores. La otra situación que trata de resolver esta investigación es la posibilidad de incluir diferentes análisis, al realizar variaciones en los pesos de la función, de esta manera se puede cambiar fácilmente la prioridad de los clientes al otorgarle diferentes niveles de importancia, dar mayor prioridad al cumplimiento de las ventanas de tiempo o dar prioridad a minimizar la distancia del recorrido, sin tener en cuenta las ventanas de tiempo y la importancia del cliente, entre otras combinaciones. Esto sin lugar a dudas ayudaría a encontrar circuitos teniendo en cuenta puntos de vista diferentes, convirtiéndose en una herramienta de decisión en la elaboración de circuitos de distribución para los decisores de diferentes empresas.

CONCLUSIONES

La investigación realizada consistió en diseñar un nuevo modelo matemático que responde a un caso particular del problema del viajante de comercio con ventanas de tiempo y la evaluación de la función objetivo obtenida, utilizando cinco algoritmos metaheurísticos. Esto último permitió analizar cuál de los algoritmos funciona mejor con el modelo propuesto. El trabajo en todo momento se enfocó en apoyar la toma de decisiones en organizaciones que se enfrentan situaciones similares, debido a esto el modelo creado muestra una función objetivo que analiza las distancias, los tiempos y el retraso de llegada a un punto, asignando pesos que permiten hacerlo mucho más flexible. Los algoritmos fueron probados con circuitos de 10 y 14 puntos concluyendo que la metaheurística que permitió encontrar valores mínimos de la función objetivo fue el escalador de colinas con reinicio. Se concluye además que el uso de algoritmos metaheurísticos proporciona la obtención de circuitos que permitan realizar recorridos más eficientes, apoyando este tipo de decisiones complejas que aparecen en organizaciones, mediante cambios en los pesos y dando prioridad a otras variables. El modelo diseñado podría usarse en variantes del TSP en las que no sea necesario analizar las ventanas de tiempo, permitiendo su generalización en situaciones similares. El modelo puede servir de base para la elaboración de un software que permita apoyar la toma de este tipo de decisiones empresariales.

Limitaciones

El modelo propuesto involucra solamente las variables detectadas en la investigación, esto lo limita al tratar de utilizarlo en situaciones donde se evidencien otros indicadores que sean necesarios tomar en cuenta, al definir los circuitos y apoyar procesos de toma de decisiones. Otra limitación es que se ha probado con cinco metaheurísticas que no se definen como complejas, esto precisamente marca las líneas futuras de investigación. Se sugiere probar el modelo variando los parámetros α, π, δ, así como los niveles de importancia de los clientes, haciendo uso de los cinco algoritmos utilizados en esta investigación y con otras metaheurísticas, se sugieren optimización por colonias de hormigas y algoritmos genéticos y unir los resultados a los obtenidos en esta investigación para dar inicio a la creación de un software que permita apoyar la toma de decisiones empresariales.

REFERENCIAS

Jèunger, M., & Liebling, T. (2010). *"50 Years of Integer Programming 1958-2008"*. New York: Springer.

Agarwal, R., & Ergun, O. (2008, may). "Ship Scheduling and Network Design for Cargo Routing in Liner Shipping". *Transportation Science, 42*(2), 175.

Chinneck, J., Kristjánsson, B., & Saltzman, M. (2009). *"Operations Research and Cyber-Infrastructure"*. Washintong: Springer.

Drucker, P. (1967). "The effective decision". *Harvard Busuness Review on Decision Making*.

Duygu, T. n., Woensel, T., & Dellaert, N. (2012). "Vehicle routing problem with stochastic travel times including soft time windows and service costs". *Computers & Operations Research*, 214–224.

Gass, S. (2005). *"An Annotated Timeline of Operations Research: An Informal History"*. Washintong D.C, United States: Kuwer Academic Publisher.

Golden, B., Raghavan, S., & Wasil, E. (2008). *"The vehicle routing problem [electronic resource]: latest advances and new challenges"*. Washintong D.C: Springer.

Hashimotoa, H., Ibarakib, T., & Im, S. (2006, November). "The vehicle routing problem with flexible time windows and traveling times". *Science Direct, 154*, 2271-2290.

Heilporn, G., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2010, november). "The delivery Man Problem with Time Windows". *Journals Discrete Optimization, 7*(4), 269-282.

Koskosidis, Y., Powell, W., & Solomon, M. (1992, MAY). "An Optimization-Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Soft Time Window Constraints". (T. Sciences, Ed.) *EBSCO HOST CONNECTION*(2), 69.

López Ibáñez, M., Blum, C., & W. Ohlmann, J. (2013, June). "The traveling salesman problem with time windows: adapting algorithms from travel-time to makespan optimization". *IRIDIA Technical Report Series, 011*, 1.

Parsons, J. J. (2008). *"New perspectives on computer concepts 10th ed.".* México: Thomson Course Technology.

Philip, A., Adio Taofiki, A., & Kehinde, O. (2011, January). "A Genetic Algorithm for Solving Travelling Salesman Problem". *(IJACSA) International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 2*, 26.

Phogat, A., Agrawal, P., & Chauhan, T. (2012, April). "Travelling salesman problem using genetic algorith". *IJCA Proceedings on Development of Reliable Information Systems, 1*, 25-30.

Rand, G. K. (2009). "The life and times of the Savings Method for Vehicle Routing Problems". *ORiON ISSN 0529-191-X, 25*, 125-145.

Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation.* New Jersey: Wiley.

RECONOCIMIENTO

La autora agradece la ayuda aportada por sus tutores para realizar este trabajo y el apoyo de los árbitros y editores del IBFR, su ayuda y experiencia contribuyeron a mejorar la calidad de esta investigación.

BIOGRAFÍA

Yoannia Arean Rodríguez es Licenciada en Ciencias de la Computación, Máster en Informática y en fase final del Doctorado en Ciencias de la Administración. Es Directora del Laboratorio Virtual de Producción Educativa en la Universidad para la Cooperación Internacional. Se puede contactar en Universidad para la Cooperación Internacional, Barrio Escalante, San José, Costa Rica. Correo electrónico: yarean@uci.ac.cr

Alejandro Rosete Suárez es Doctor en Ciencias Técnicas, Máster en Informática Aplicada e Ingeniero en Sistemas Automatizados de Dirección. Es Vicedecano de Investigación y Postgrado y Profesor Titular de la Facultad de Ingeniería Informática del Instituto Superior Politécnico José A. Echeverría (CUJAE) en Ciudad de la Habana, Cuba. Se le puede contactar en dicha institución sita en: Calle 114, No. 11901, entre 119 y 129, Marianao, C. Habana. Correo electrónico: rosete@ceis.cujae.edu.cu

Franklin Marín Vargas es Doctor en Ciencias Económicas, Especialista en Gerencia, Estrategia y Gestión de Proyectos de Desarrollo Sustentable y Tecnología de Información. Es Secretario General de la Universidad para la Cooperación Internacional y Coordinador del CTL en el IICA. Se le puede contactar en Universidad para la Cooperación Internacional, Barrio Escalante, San José, Costa Rica. Correo electrónico: fmarin@uci.ac.cr