

LA INCORPORACIÓN DE LA LÓGICA DIFUSA AL MODELO BLACK-SCHOLES, PARA LA DETERMINACIÓN DEL PRECIO DE LA OPCIÓN CAMBIARIA MEXICANA

Manuel Muñoz Palma, Universidad de Occidente
Ezequiel Avilés Ochoa, Universidad de Occidente

RESUMEN

A partir de la introducción de la teoría de la incertidumbre se enmarca un nuevo paradigma en economía y finanzas, con la incursión de nuevos modelos que permitan un mayor grado de precisión a la realidad del entorno de las organizaciones con base en la teoría de la lógica difusa. El artículo destaca la importancia de la incertidumbre presente en los mercados financieros, la cual ha provocado que cada vez sea más necesario establecer modelos para determinar sus efectos en los precios, como el caso del mercado de futuros y de derivados. Se elabora una propuesta para la determinación del precio de una opción cambiaria aplicando los números borrosos triangulares en las variables tipo de cambio, tasa de interés doméstica y tasa de interés foránea con base en el modelo Black-Scholes clásico.

PALABRAS CLAVE: Riesgo Financiero, Números Borrosos, Modelo Black-Scholes

ADDITION OF THE FUZZY LOGIC MODEL TO BLACK-SCHOLES, FOR PRICING MEXICAN CURRENCY OPTIONS

ABSTRACT

Since the introduction of uncertainty theory, a new paradigm in economics and finance has formed. This shift has included incorporation of new models that allow a greater degree of accuracy in modeling the reality of the environment of organizations based on fuzzy logic theory. This article emphasizes the importance of uncertainty present in the financial markets, which has provoked an increasing need for establishing models to determine its effect in pricing. Specifically we focus on futures and derivatives markets. A proposal is developed to determine the price of an exchange option applying triangular fuzzy numbers to exchange rate variables, to domestic interest rates, and foreign interest rates based on the classic Black-Scholes (B-S) model.

JEL: G13, G15

KEYWORDS: Financial Risk, Fuzzy Numbers, Black-Scholes Model

INTRODUCCIÓN

Ante un mundo globalizado, susceptible a la volatilidad de los mercados financieros ocasionada por los diferentes factores económicos, la incertidumbre de estos factores determina que las operaciones realizadas en los mercados representen riesgos financieros con efectos adversos para las organizaciones. Por lo general, dichas organizaciones no son conscientes de la magnitud de estos riesgos, teniendo como resultado pérdidas importantes, y, en ocasiones, ignoran qué hacer para prevenirlos en el futuro. Lo anterior, ha provocado que cada vez sea más necesario el establecer modelos para poder determinar sus efectos en los precios, como el caso del mercado de futuros y de derivados, se

tiene como referente en 1987 el efecto desestabilizador de la volatilidad en los mercados financieros; como mencionan “un ejemplo visible son las acciones de la nyse al establecer los llamados interruptores de circuito, reglas de operación para reducir la volatilidad excesiva de los mercados y promover la confianza de los inversionistas” (Griffin y Ebert, 2005, p. 573).

Los problemas actuales en el ámbito de la valoración de opciones tienen como característica la incertidumbre. “El modelo Black-Scholes establecido en 1973, siempre ha tenido como piedra angular la valoración de opciones, sin embargo, las aplicaciones genéricas de este modelo son limitadas por su naturaleza de no ser adecuado para el medio ambiente difuso desde la toma de decisiones” (Lee, Tzeng y Wang, 2005, p. 330). La utilización del modelo Black-Scholes como un modelo más racional para prevenir la volatilidad promedio durante la vida de una opción, dado que es el modelo de mayor aceptación por los financieros, debido a la aplicación práctica para la determinación del precio de las opciones en el mercado de derivados.

Esta investigación aporta, en la búsqueda de la frontera del conocimiento, el lograr los siguientes objetivos: en primer lugar, comprobar el grado de incertidumbre existente en el precio de una opción cambiaria, entre el Mercado de Derivados de México (Mex-Der) y el modelo B-S, para determinar el sesgo estadístico. En segundo lugar, calcular los efectos de fuzificar la variable tipo de cambio, en la determinación del precio de cobertura, aplicando el modelo Black-Scholes, con la finalidad de lograr una mayor precisión. Y finalmente, evaluar y calcular los efectos de fuzificar las variables tasa de interés doméstica y foránea en la determinación del precio de cobertura, aplicando el modelo Black-Scholes, con la finalidad de lograr una mayor precisión.

El resto de esta investigación se organiza de la siguiente manera: en la primera parte se realiza una revisión literaria sobre la aplicación de la lógica difusa en el campo de las finanzas, utilizando el modelo propuesto. Luego, en la metodología se establece las fases para la operación del modelo y la aplicación de la lógica difusa en el modelo Black-Scholes, así mismo se presentan las distintas hipótesis para cada nivel de presunción. En la sección de resultado se muestran los principales hallazgos de la aplicación del modelo; a través de la fuzificación con los nbt (Gil-Aluja, 2004) en las variables económicas del modelo B-S, empíricamente se demuestran resultados con mayor precisión en relación a los datos reales del Mex-Der. Finalmente, se presenta en la sección de conclusiones y recomendaciones las implicaciones que genera este estudio así como los beneficios en las organizaciones.

REVISION LITERARIA

Teoría de los Conjuntos Difusos

La lógica difusa se puede explicar como un sistema de inferencia difuso, o como un sistema que modela funciones no lineales teniendo unas variables lingüísticas de entrada, las cuales convierte en variables de salida mediante la lógica difusa. Las bases de la lógica difusa están fundamentadas en los conjuntos difusos y en las reglas de la forma “Si, entonces” tomando los valores lingüísticos como premisa; los cuales están definidos por conjuntos difusos, es así como las reglas siempre convierten un conjunto difuso en otro. La lógica difusa o lógica borrosa es básicamente una lógica con múltiples valores, en donde se definen éstos en las áreas oscuras; al contrario de las evaluaciones convencionales de la lógica precisa: si/no, cierto/falso, blanco/negro, etcétera. Con la lógica difusa las proposiciones pueden ser representadas con grados de certeza o falsedad; es decir, puede ser una herramienta atractiva para el manejo de la incertidumbre, dado que los elementos claves del pensamiento no son numéricos sino que son ideas con cierto grado de vaguedad, donde los elementos pasan de un conjunto a otro de manera suave y flexible. La teoría de los conjuntos difusos es una extensión de la teoría de juegos, introducida por el profesor Zadeh en 1965 para modelar la vaguedad y ambigüedad en un sistema complejo. La idea de un conjunto difuso

es sencilla y natural. Por ejemplo, se puede establecer un conjunto de niveles entre el gris y oscuro, que compartan la propiedad.

La noción de un conjunto difuso se asemeja en varios aspectos a la de conjuntos ordinarios, pero es más general que la segunda; y puede llegar a tener un alcance mucho más amplio de aplicación, en particular, proporciona una forma natural de hacer frente a problemas en los que la fuente de imprecisión es la ausencia de criterios bien definidos de pertenencia a una clase o conjunto. Zadeh define que “un conjunto difuso es una clase de objetos con un continuo grado de pertenencia” (1965, p. 338). Dicho conjunto es caracterizado por una función de pertenencia, la cual asigna a cada objeto un valor entre 0 y 1; en donde se establece el concepto de verdad parcial, entre valores de verdad: completamente cierto (1) y completamente falso (0).

Un conjunto ordinario se caracteriza porque su función de pertenencia puede tomar sólo dos valores 0 y 1, es decir $f(x) = 1$ ó 0 , según que x pertenezca o no pertenezca a A . De manera contraria, los conjuntos difusos tienen una función de pertenencia continua que toma valores en un intervalo de 0, 1; por lo tanto, cuanto más cerca esté el valor de $f_A(x)$ a la unidad, mayor será el grado de pertenencia de x en A . Los elementos de un conjunto difuso son de naturaleza no estadística, aunque es importante mencionar que la función de pertenencia de éstos tienen cierta similitud con una función de probabilidad, cuando X es un conjunto numerable, sin embargo, hay diferencias esenciales que se hacen más claras cuando las reglas de combinación de funciones y sus propiedades básicas se han establecido (Zadeh, 1965). No existen reglas generales o un método de construcción de reglas difusas, por lo que, éstas son establecidas por cada diseñador (investigador); sin embargo, las reglas deben de cumplir con las propiedades de intersección y unión

Operación con Números Borrosos

En el ámbito de la administración financiera se ha utilizado tradicionalmente la precisión numérica; sin embargo hoy en día, el progreso ha generado que el entorno económico se haya convertido en incierto. Por lo que surge la necesidad, como se menciona, de “construir una teoría de números borrosos que permita una cuantificación de la fenomenología real más acorde con la estructura del pensamiento humano” (Kaufmann y Gil-Aluja, 1986, p. 43).

Los números borrosos se definen como un subconjunto borroso del referencial de los reales, que tiene una función de pertenencia normal; donde debe existir una x , para la que $\mu(x)$ toma el valor uno; y convexa, donde cualquier desplazamiento a la derecha e izquierda de este valor x , $\mu(x)$ va disminuyendo. La teoría de los números borrosos puede considerarse como una ampliación de la teoría de intervalos de confianza cuando se consideran estos intervalos a todos los niveles desde 0 hasta 1, en lugar de considerar un solo nivel.

Un número borroso está formado por una secuencia finita o infinita de intervalos de confianza; con las siguientes características:

Nivel de presunción, si $\alpha \in (0,1)$.

Se designa por $A_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$ como el intervalo de confianza del nivel α , el cual debe de cumplir:

$$(\alpha' < \alpha) \rightarrow (A_\alpha \supset A_{\alpha'}), \quad \alpha, \alpha' \in [0,1] \quad (1)$$

- a) Sólo un intervalo y sólo uno puede reducirse a un número real único.

- b) El número borroso es representado por una mayúscula y con un símbolo debajo (\tilde{A}).
- c) El intervalo de confianza de nivel α es designado como A_α también conocido “ α -corte de \tilde{A} ”; el cual se escribe de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mu_{A_\alpha}(x) &= 1 \text{ if } x \in [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] \\ \mu_{A_\alpha}(x) &= 0 \text{ if } x \notin [a_1(\alpha), a_2(\alpha)] \end{aligned} \quad (2)$$

Dentro de los números borrosos, las funciones características más utilizadas por su simplicidad matemática son: triangular, trapezoidal, gaussiana y sigmoideal; existen dos aproximaciones para determinar la función característica, la primera aproximación es con base al conocimiento humano de expertos y la segunda es utilizar una colección de datos para diseñar la función. Por su facilidad de utilización el número borroso triangular (nbt) está determinado por tres cantidades: una por debajo de la cual no va a descenderse, otra en la que por encima no será posible llegar, y aquella que representa el máximo nivel de presunción (Kaufmann y Gil-Aluja, 1987). La función de pertenencia μ es lineal, expresada por tres números (a_1, a_2, a_3) y se representa:

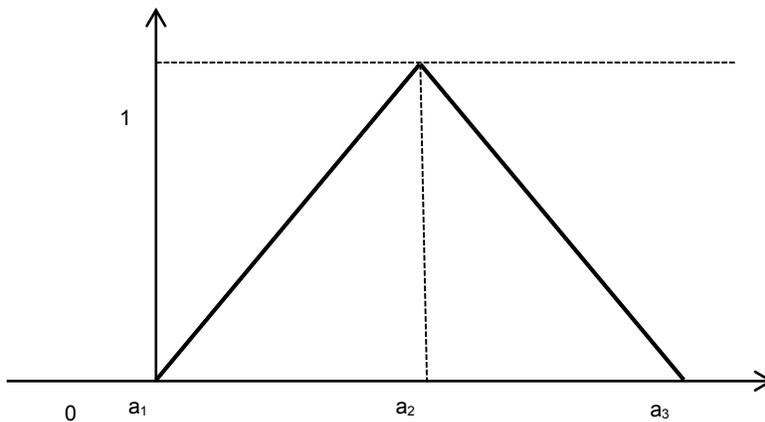
$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3) \quad (3)$$

Donde:

$$\begin{aligned} a_1, a_2, a_3 &\in R \\ a_1 &\leq a_2 \leq a_3 \end{aligned} \quad (4)$$

La representación gráfica del número borroso triangular (a_1, a_2, a_3) queda reflejada en la Figura 1

Figura 1: Representación Gráfica de n Número Borroso Triangular



Fuente: Kaufmann y Gil-Aluja, 1987.

Como se observa en la figura 1, los nbt se caracterizan porque su nivel de presunción es igual a 1 para el valor central y es igual a 0 para los niveles del extremo inferior y superior. El nivel de presunción adquiere importancia en las diversas aplicaciones. De acuerdo con Gil-Aluja (2004, p. 90) la función de pertenencia está dada por:

$$\mu_{A(x)} = \begin{cases} 0; & \text{if } x \leq a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}; & \text{if } a_1 < x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}; & \text{if } a_2 < x \leq a_3 \\ 0; & \text{if } a_3 \leq x \end{cases} \quad (5)$$

La expresión general para los α -corte, despejando x , en función del nivel de presunción;

$$\alpha = \mu_{A(x)} \quad (6)$$

Para el extremo superior:

$$\alpha = \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \rightarrow x = a_1 + \alpha(a_2 - a_1) \quad (7)$$

Para el extremo inferior:

$$\alpha = \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \rightarrow x = a_3 - \alpha(a_3 - a_2) \quad (8)$$

Siendo los α -corte:

$$\forall \alpha \in [0,1] \quad (9)$$

$$A\alpha = [a_1 + \alpha(a_2 - a_1), a_3 - \alpha(a_3 - a_2)]$$

Con los NBT se realizan las mismas operaciones que en los números reales ordinarios; como la suma, resta, producto, división, etcétera. Por lo tanto, los NBT permiten determinar de manera fidedigna gran cantidad de situaciones del ente económico en el que se estiman magnitudes localizadas en el futuro; dado lo anterior es importante mencionar que en el ámbito económico y financiero se estudian problemas cuyas magnitudes se proyectan hacia el futuro; que si bien no exigen una extrema precisión, sí una mayor adaptación posible a la realidad.

METODOLOGÍA

La investigación se aborda desde un enfoque cuantitativo, se sitúa en los factores que influyen en la toma de decisiones para establecer estrategias en la administración del riesgo cambiario y se orienta al análisis de datos financieros e indicadores económicos.

Modelo

El estudio se lleva a cabo en dos fases, en la primera se desarrollará el modelo Black-Scholes y lógica *fuzzy* en las variables para determinar el precio de una opción en un periodo de tiempo determinado; la información obtenida permitirá elaborar un análisis para probar la hipótesis del grado de correlación

existente entre las variables independientes, contrastando los datos arrojados con los datos reales al cierre en el mercado de derivados de México. En la segunda fase, es el análisis de los datos para la explicación empírica en donde se va a aceptar o rechazar la hipótesis, cuál es el modelo que pueda captar mejor la realidad de la volatilidad de los mercados financieros, con lo que permitirá establecer estrategias financieras para la administración de riesgo cambiario en las organizaciones.

Una vez realizado el pronóstico para cada una de las variables independientes, se realizará la aplicación de las operaciones difusas, con base en la teoría de subconjuntos difusos para el cálculo matemático, y así determinar los intervalos de confianza como un dato incierto que permite predecir el valor de cierta variable entre dos extremos (ver figura 2). Por ejemplo, se podría establecer que el tipo de cambio peso/dólar americano para el próximo trimestre se situará entre [13.15 – 14.24], por lo que una mejor predicción de un dato concreto, es establecer un intervalo de confianza que de manera más precisa pueda ser determinado en condiciones de incertidumbre de los mercados.

Muestra

tiempo, para pronosticar el tipo de cambio con cada uno de los enfoques teóricos analizados en la presente investigación (enfoque PPA, Fisher y Monetario Balanza de Pagos) y las variables independientes que se procesaran, por medio del programa *Minitab* para el análisis de los datos obtenidos de los bancos de datos: Banco de México, SHCP, mercado de derivados de México y Banco Mundial, entre otros.

Hipótesis

Es posible minimizar el error de pronóstico del precio de las opciones cambiarias, que partiendo del concepto de B-S, incorpore la lógica difusa con base en las variables: tipo de cambio, la tasa de interés doméstica y foránea, para maximizar la toma de decisiones que permitan mayores índices de rentabilidad.

H1. La aplicación del modelo Black-Scholes con la inclusión de la lógica difusa para la determinación del precio de una opción, permiten capturar mejor la realidad en el mercado de derivados ante un ambiente difuso (Lee, Tzeng y Wang, 2005, p. 330).

H2. El incremento de la volatilidad de la tasa de interés ocasiona que las organizaciones, para reducir el riesgo, lleven a cabo la implementación de instrumentos de derivados (De Lara, 2008, p. 104).

H3. La determinación del precio del valor subyacente, para una cobertura, está determinada por la volatilidad de la tasa de interés y el tipo de cambio (Merton, 1998, p. 324).

H4. La utilización de instrumentos derivados permite controlar y minimizar el riesgo financiero provocado por la volatilidad de los mercados financieros (Jorion, 2002, p. 527).

Análisis del Efecto de la Fuzificación de la Variable Tipo de Cambio para los Periodos de Marzo del 2009 a Marzo del 2011

Los problemas actuales en el ámbito de la valoración de opciones tienen como característica la incertidumbre. “El modelo Black-Scholes establecido en 1973, siempre ha tenido como piedra angular la valoración de opciones, sin embargo, las aplicaciones genéricas de este modelo son limitadas por su naturaleza de no ser adecuado para el medio ambiente difuso desde la toma de decisiones” (Lee, Tzeng y Wang, 2005, p. 330).

Cuando un inversionista u organización se enfrenta a un problema de valuación de opciones, los resultados de las variables primarias dependen de la estimación del inversor. Esto significa que la deducción de una persona o personas en el proceso de pensamiento corresponde a la lógica no binaria con vaguedad. Por lo que las técnicas que proporcionan las teorías probabilísticas no son lo suficientemente adecuadas para cuantificar dicha vaguedad, hacerlo implicaría aceptar que los hechos vagos son equivalentes a los hechos que suceden al azar. En cambio, la lógica difusa permite formalizar la vaguedad de los fenómenos mediante la asignación de una función característica en la que hay un grado entre la absoluta pertenencia y la no pertenencia. Por lo tanto, mientras la probabilidad se asocia a la aleatoriedad, la función de pertenencia se asocia a la falta de claridad; sin embargo, es importante mencionar que ambos conceptos tienen un punto en común, ya que los dos están incluidos entre cero y uno.

Al determinar el precio de una opción, la organización a menudo depende del juicio de un experto para obtener la distribución de probabilidades de las variables primarias en el modelo B-S; al evaluar la distribución de las variables el experto valora la influencia de la información de la muestra, lo que lleva implícito el juicio subjetivo del experto, es decir, el factor borroso. Sin embargo, “el modelo B-S no considera los factores borrosos del experto en el precio de una opción” (Lee, Tzeng y Wang, 2005, p. 331).

La incursión de la lógica difusa en cada una de las variables mediante el numero borroso triangular (nbt) permite establecer una tripleta, y calcular la escala endecadaria según Kaufmann y Gil-Aluja (1986, p. 90). Para este caso, la función característica a utilizar es la triangular, y ésta se determina al utilizar la aproximación basada en el conocimiento humano de los expertos. Para lo cual, se establece que el número de expertos son 4; considerando como experto 1, el pronóstico con las variables de la teoría Fisher, experto 2 el pronóstico con las variables de la ppa, experto 3 el pronóstico con las variables de la balanza de pago, y el experto 5 el pronóstico de análisis de tendencia con una variable. Asimismo, se realizaron las operaciones de econometría de serie de tiempos mediante los modelos Winters y Arima, a través del programa minitab, para pronosticar las variables tipo de cambio, tasa de interés doméstica y foránea. El pronóstico se determina con base en los datos comprendidos en el periodo de 2006-2009. De las cuales se obtienen las siguientes tripletas de confianza (Tabla 1).

Tabla 1: Tripleta de Confianza de Tipo de Cambio, Marzo 2009

Experto	A_1	A_2	A_3
1	13.71120	13.83960	13.96800
2	13.52700	14.00330	14.47900
3	11.86310	13.22620	14.58930
4	13.51680	13.76670	13.95670
NBT	13.15453	13.70145	14.24825

Fuente: elaboración propia con base en datos Banxico.

Como se muestra en la tabla 1, se tiene la opinión de cada experto (pronóstico) expresada en número borroso triangular, así como el número borroso medio o agregado, el cual resulta de sumar las tres columnas y dividir el resultado entre el número de expertos. Según Gil-Aluja (2004, p. 74), es expresado:

$$T = \left(\frac{m}{A_1 + A_2 + A_3} \right) \tag{10}$$

Dada la opinión de los expertos se asume que el tipo de cambio esperado para marzo 2009 está definido por el nbt (13.15453, 13.70145, 14.24825), lo que indica que el tipo de cambio pronosticado se sitúa entre

13.15453 y 14.24825, siendo el valor con mayor posibilidad de ocurrencia 13.70145. A partir de esta expresión y del nbt agregado (13.15453, 13.70145, 14.24825), se asignan valores a α de acuerdo con la escala endecadaria en $[0,1]$. Para lo cual se tendrá (Tabla 2).

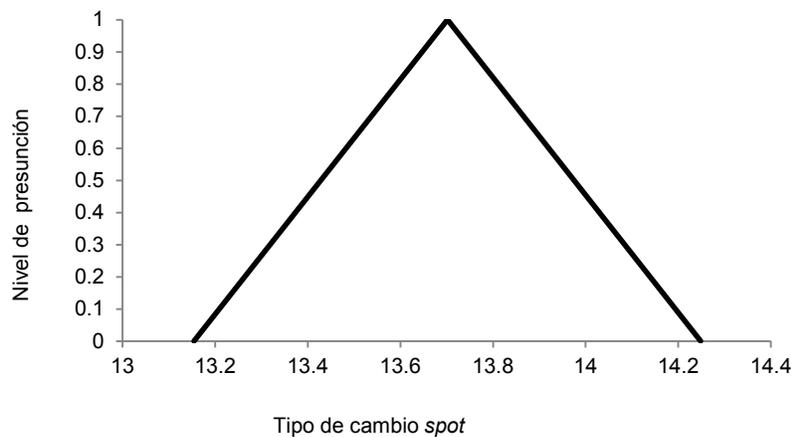
Tabla 2: Nivel de Presunción para el Tipo de Cambio, Marzo 2009

$\alpha - \text{corte}$	$a_1 + \alpha(a_2 - a_1)$	$a_2 + (a_3 - a_2)$
0	13.1545	14.2482
0.1	13.2092	14.1936
0.2	13.2639	14.1389
0.3	13.3186	14.0842
0.4	13.3733	14.0295
0.5	13.428	13.9749
0.6	13.4827	13.9202
0.7	13.5374	13.8655
0.8	13.5921	13.8108
0.9	13.6468	13.7561
1	13.7014	13.7014

Fuente: elaboración propia.

Dado lo anterior, se obtienen los diferentes intervalos de confianza para el tipo de cambio para marzo del 2009 y sus diferentes niveles de presunción. El tipo de cambio puede tomar cualquier valor comprendido dentro del intervalo de referencia y todo valor tiene asociado un nivel de presunción (posibilidad) determinado. En la siguiente figura se puede observar que el número borroso que representa el tipo de cambio es en efecto un nbt, ya que cumple con la propiedad de convexidad de éstos. Sin embargo el análisis de los datos procesado en opinión de los expertos denota que existe un alejamiento entre la opinión de cada experto y la opinión agregada, lo que indica la existencia de discrepancia entre los expertos. A esta discrepancia se le conoce como “diferencia de opinión entre expertos” (Gil-Lafuente citado en González, 2001, p. 110). Esta diferencia puede estar generada por la alta volatilidad de los mercados internacionales, que caracterizó este periodo.

Figura 2: Representación Gráfica del NBT del Tipo de Cambio Marzo 2009



Fuente: elaboración propia.

Para el periodo de junio del 2009 al marzo del 2011 se realiza el mismo procedimiento, el cual se determinó para cada uno de los periodos analizados.

Análisis del Efecto de la Fuzificación de la Variable Tasa Cetes para los Periodos de Marzo del 2009 d Marzo del 2011

Para la tasa cetes los expertos están definidos por los modelos de pronóstico de series de tiempo: para el experto 1, se considera el pronóstico con base en modelo Winters; para el experto 2, el pronóstico se basa en el modelo Arima; para el experto 3 el pronóstico tiene como base el modelo promedio móviles; y para el experto 4, el pronóstico con base en análisis de tendencia con una variable; aplicando el programa minitab. El pronóstico se determina con base en los datos comprendidos en el periodo de 2006-2009. De las cuales se obtiene la Tabla 3, con las siguientes tripletas de confianza (Tabla 3).

Se asume que la tasa cetes esperada para marzo 2009, está definida por el nbt agregado (6.86734 %, 7.01904 %, 7.42173 %). Es decir, la tasa cetes se sitúa entre 6.86734 % y 7.42173 %, siendo el valor de mayor posibilidad de ocurrencia el de 7.01904 %. En este periodo se tiene mayor impacto dada la volatilidad de los mercados internacionales, ya que se registró un alza en la tasa de interés.

A partir de la expresión α -corte y del nbt agregado (6.86734 %, 7.01904 %, 7.42173 %), se asignan valores a α de acuerdo con la escala endecadaria en [0,1]. Para lo cual se tendrá (Tabla 4).

Tabla 3: Tripletas de Confianza de Tasa Cetes, Marzo 2009

Experto	A_1	A_2	A_3
1	7.66567%	7.92553%	8.18539%
2	6.93990%	7.11056%	7.28121%
3	7.05418%	7.13750%	7.22082%
4	5.80962%	5.90255%	6.99950%
NBT	6.86734%	7.01904%	7.42173%

Fuente: elaboración propia con base en datos de Banxico.

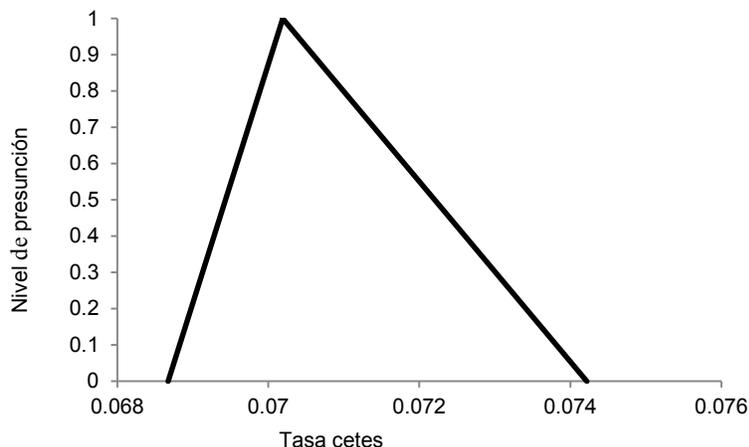
Tabla 4: Nivel de Presunción para la Tasa Cetes, Marzo 2009

$\alpha - corte$	$a_1 + \alpha(a_2 - a_1)$	$a_2 + (a_3 - a_2)$
0	0.0686734	0.0742173
0.1	0.0688251	0.0738146
0.2	0.0689768	0.0734119
0.3	0.0691285	0.0730092
0.4	0.0692802	0.0726065
0.5	0.0694319	0.0722038
0.6	0.0695836	0.0718011
0.7	0.0697353	0.0713984
0.8	0.069887	0.0709957
0.9	0.0700387	0.0705931
1	0.0701904	0.0701904

Fuentes: elaboración propia.

Dado lo anterior se obtienen los diferentes intervalos de confianza de la tasa cetes para marzo del 2009 y sus diferentes niveles de presunción; el cual tiene la representación gráfica en la Figura 3.

Figura 3: Representación Gráfica del NBT de la Tasa Cetes, Marzo 2009



Fuente: elaboración propia.

En la Figura 3, se puede observar la amplitud de las opiniones de los expertos, esto obedece a las distintas modelos de pronósticos, los cuales tienen en mayor o menor grado un índice de error de pronóstico. La importancia de considerar todas las opiniones de los expertos permite captar una mayor aproximación entre los distintos niveles de presunción $[0,1]$ en el cual se obtienen tres distintos niveles de presunción para la determinación del precio de la opción cambiaria mexicana.

Para el cual se determinó la misma técnica en cada uno de periodos trimestrales de junio del 2009 a marzo del 2011 para el cálculo del B-S.

Análisis del Efecto de la Fuzificación de la Variable Tasa T-Bill Para los Periodos de Marzo del 2009 d Marzo del 2011

En la tasa T-bill para marzo del 2009, los expertos están definidos por los modelos de pronóstico de series de tiempo: para el experto 1, se considera el pronóstico basado en el modelo Winters; para el experto 2, el pronóstico con base en modelo Arima; para el experto 3 el pronóstico se basa en modelo promedio móviles; y para el experto 4, el pronóstico con base en análisis de tendencia con una variable; aplicando el programa minitab. El pronóstico se determina con base en los datos comprendidos en el periodo de 2006-2009. De las cuales se obtienen en la Tabla 5, las siguientes tripletas de confianza (ver Tabla 5).

Tabla 5: Tripletas de Confianza de Tasa T-bill, Marzo 2009

Experto	A_1	A_2	A_3
1	0.042390%	0.184557%	0.326724%
2	0.104873%	0.147500%	0.191027%
3	0.001942%	0.158326%	0.314709%
4	0.013712%	0.232900%	0.282900%
NBT	0.040730%	0.180820%	0.278840%

Fuente: elaboración propia con base en datos de Banxico.

De acuerdo a lo anterior, se asume que la tasa T-bill esperada para marzo 2009, está definida por el nbt agregado (0.04073 %, 0.18082 %, 0.27887 %). Se pueden observar las tasas de interés muy bajas, dada la política económica establecida por la fed de Estados Unidos, provocada por el crack financiero de los créditos hipotecarios subprime. A partir de la expresión α -corte y del nbt agregado (0.04073 %, 0.18082 %, 0.27884 %), se asignan valores a α de acuerdo con la escala endecadaria en [0,1]. Para lo cual se tendrá (Tabla 6).

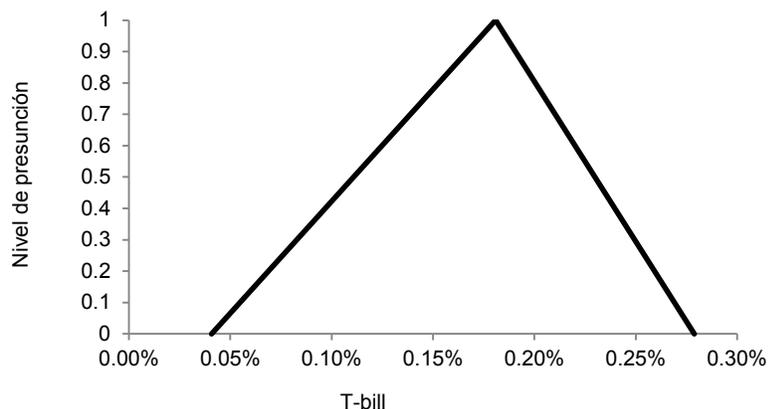
Tabla 6: Nivel de Presunción para la Tasa T-bill, Marzo 2009

$\alpha - \text{corte}$	$a_1 + \alpha(a_2 - a_1)$	$a_2 + (a_3 - a_2)$
0	0.04073%	0.27884%
0.1	0.05474%	0.26904%
0.2	0.06875%	0.25924%
0.3	0.08276%	0.24943%
0.4	0.09677%	0.23963%
0.5	0.11077%	0.22983%
0.6	0.12478%	0.22003%
0.7	0.13879%	0.21023%
0.8	0.15280%	0.20042%
0.9	0.16681%	0.19062%
1	0.18082%	0.18082%

Fuente: elaboración propia.

La variable tasa T-bill puede tomar cualquier valor comprendido dentro del intervalo de referencia y todo valor tiene asociado un nivel de presunción determinado. Así se puede establecer que la predicción de la tasa T-bill utilizando series de tiempo para pronosticar, se sitúa entre 0.04073% y 0.27884 %, siendo el valor de máxima presunción 0.18082 %. En la siguiente figura se observa cómo el nivel de presunción crece linealmente desde el extremo inferior (0.04073%) al valor más posible (0.18082%), y decrece linealmente desde este valor hasta el extremo superior (0.27884%), como se observa en la Figura 4.

Figura 4. Representación Gráfica de la Tasa T-bill Para Marzo 2009



Fuente: elaboración propia.

Con base en la aplicación de los pronósticos de series de tiempo, la amplitud de opiniones de los expertos no es mayor dado que la tendencia a la baja de las tasa de interés de los Estados Unidos de América. Por lo tanto, los números borrosos obtenidos del intervalo de confianza de 0 a 1, el nivel máximo de

presunción 1 el modelo Arima del experto 2 el cual se ubica dentro del área $\alpha - 1 = 0.50$, el extremo inferior de 0 es del experto 3 promedio móviles y el extremo superior [0] con el experto 4 del modelo de análisis de tendencia con una variable. Para el periodo de junio del 2009 a marzo del 2011 se sigue el mismo procedimiento.

RESULTADOS

Aplicación del Método Triangular (NBT) al Modelo Black-Scholes (BS)

Con base en los datos obtenidos con la fuzificación de las variables tipo de cambio, tasa de interés doméstica y tasa de interés foránea, para los periodos de marzo del 2009 a marzo del 2011, se realizan los cálculos para determinar el precio de la opción para el modelo B-S tradicional y, el B-S con la fuzificación de las variables basados en la siguiente fórmula:

$$C = Se^{-Rt} N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - R + 0.5\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (11)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Donde:

C = Valor de opción *call*.

S = Tipo de cambio.

K = Precio de ejercicio de la opción.

r = Tasa de interés doméstica.

R = Tasa de interés externa.

α = Desviación estándar de los rendimientos diarios del tipo de cambio *spot*.

e = Base del logaritmo neperiano (2.7182).

\ln = Logaritmo neperiano.

$N(d_1)$ y $N(d_2)$ = Área bajo la curva de distribución normal estandarizada.

De lo anterior, se obtienen los siguientes resultados para el nivel de máxima presunción (Tabla 7).

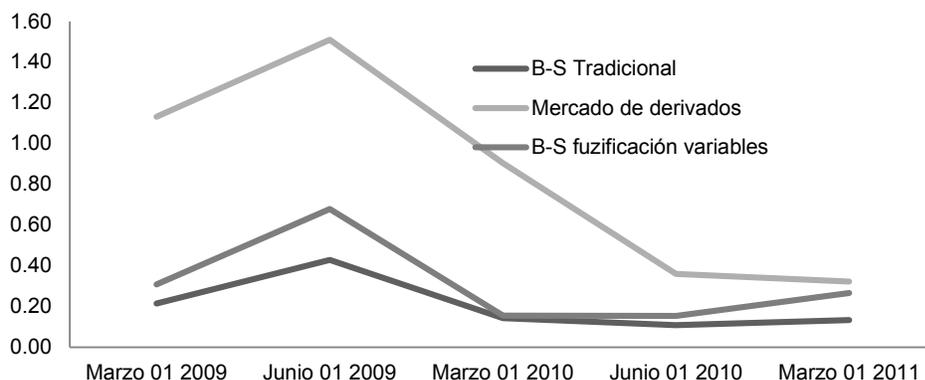
Tabla 7: Resultados Obtenidos en el Nivel de Máxima Presunción

Periodo	B-S Tradicional	Mercado de Derivados	B-S Fuzificación Variables
Marzo 01 2009	0.21502	1.13200	0.30833
Junio 01 2009	0.42840	1.51000	0.67886
Marzo 01 2010	0.14275	0.90400	0.15643
Junio 01 2010	0.10905	0.36000	0.15468
Marzo 01 2011	0.13369	0.32300	0.26730

Fuente: elaboración propia.

Al analizar los valores obtenidos con la máxima presunción, se observa que con base en la fuzificación de las variables que intervienen en la determinación de una opción, es posible disminuir el grado de incertidumbre existente entre el Mex-Der y el modelo B-S tradicional, como lo muestra la Figura 5:

Figura 5: Comparación del Precio de una Opción Cambiaria en el Nivel De Máxima Presunción



Fuente: elaboración propia

Al analizar la Figura 5 se puede observar significativamente un incremento en el costo de la prima, en el año 2009, consecuencia de la alta volatilidad de los mercados financieros, así como la crisis hipotecaria generada en Estados Unidos en el año 2008. A partir del año 2010, se observa una baja en el costo de la prima con tendencia a cierta estabilidad hasta marzo del 2011. Es importante resaltar el efecto de la política monetaria impuesta por la fed, como la disminución de la tasa de los bonos de tesoro T-bill, la cual se encuentra directamente correlacionada con la baja de los bonos de deuda de México (cetes) en el mercado financiero; y como consecuencia la repercusión en el costo de la prima. En la Tabla 8, se muestran los resultados que se obtienen para el extremo superior.

Tabla 8. Resultados Obtenidos para la Presunción del Extremo Superior

Período	BS- Tradicional	Mercado de Derivados	B-S Fuzificación Variables
Marzo 01 2009	0.21502	1.13200	0.55297
Junio 01 2009	0.42840	1.51000	1.11685
Marzo 01 2010	0.14275	0.90400	0.71424
Junio 01 2010	0.10905	0.36000	0.39065
Marzo 01 2011	0.13369	0.32300	0.64292

Fuente: elaboración propia.

Al analizar los valores obtenidos en el extremo superior, se observa que los resultados del B-S con fuzificación de variables se acercan considerablemente al valor registrado en el Mex-Der; por lo que el grado de incertidumbre disminuye de manera significativa. En la figura 12, se puede observar el spread existente entre los métodos, e inclusive se aprecia como la curva sigue cierta similitud en el periodo del junio de 2009, con tendencia a la baja en los siguientes años. Sin embargo, en el mes de marzo del 2011, se obtiene un dato mayor que en el mercado real; esta diferencia puede estar generada por el efecto de la volatilidad que influye directamente en el precio de la opción. Es importante señalar que el Mex-Der determina la volatilidad en forma discrecional como se ha observado en la información publicada por el mismo. En la Tabla 9, se muestran los resultados que se obtienen para el extremo inferior.

Figura 6. Comparación del Precio de una Opción Cambiaria en el Extremo Superior

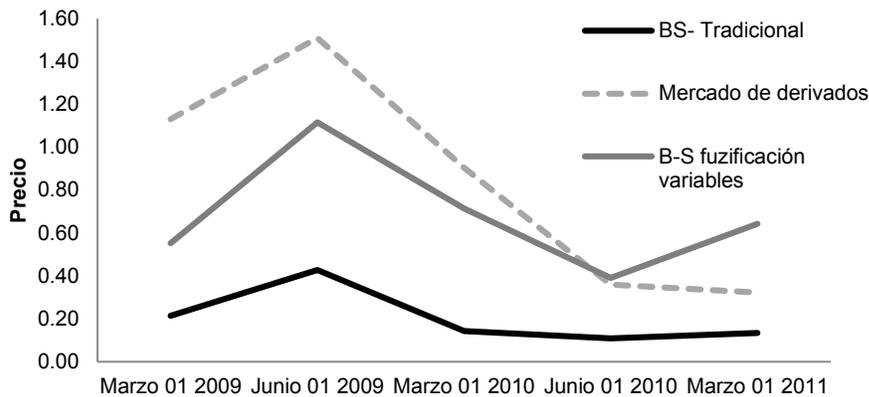


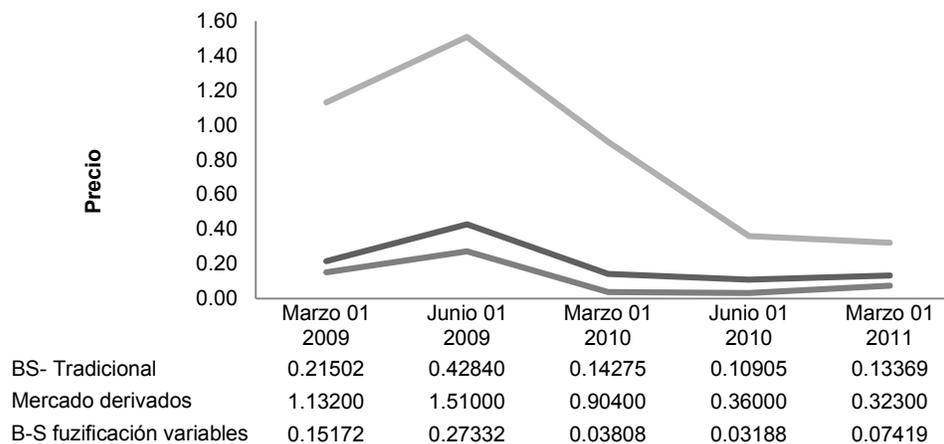
Tabla 9: Resultados Obtenidos para la Presunción del Extremo Inferior

Periodo	BS- Tradicional	Mercado Derivados	B-S Fuzificación Variables
Marzo-01-2009	0.21502	1.13200	0.15172
Junio-01-2009	0.42840	1.51000	0.27332
Marzo-01-2010	0.14275	0.90400	0.03808
Junio-01-2010	0.10905	0.36000	0.03188
Marzo-01-2011	0.13369	0.32300	0.07419

Fuente: elaboración propia.

Para el extremo inferior, que representa la mínima expresión de la borrosificación de las variables, los valores obtenidos en el B-S con fuzificación de variable son menores que los valores obtenidos en el B-S tradicional y los valores registrados en el Mex-Der, como se muestra en la Figura 7.

Figura 7: Comparación del Precio de una Opción Cambiaria en el Extremo Inferior



Fuente: elaboración propia.

En el peor de los casos el precio de la opción queda por debajo del valor obtenido en el B-S tradicional, sin embargo, hay que considerar que los eventos extremos son de gran impacto pero de mínima posibilidad. Para este caso, se analizaron los datos obtenidos en el nivel de máxima presunción y los extremos inferior y superior; dentro de este rango existen diferentes niveles de presunción, de los cuales

el inversor puede elegir para la toma de decisión. Dado lo anterior, se concluye que considerando el ambiente difuso de los mercados financieros sí es posible disminuir el sesgo estadístico existente entre el Mex-Der y el modelo B-S tradicional.

Resultados Estadísticos de las Hipótesis

Se realiza el análisis de los datos obtenidos, para un nivel de significación del 95 %, 90 % y 80 %, con 8 grados de libertad y los valores contenidos de la tabla t-student: t.05 error =1.86, t.10 error =1.40 y t.20 error = 0.89; con base en esto se encuentran los valores de rechazo H0y aceptación H1. Se puede establecer de acuerdo a la prueba t-student, de los distintos niveles de significancia, para cada una de las hipótesis con base en los distintos grados de presunción (0,1), si existe mayor o menor grado de precisión en el modelo B-S con fuzificación de variables y el modelo B-S tradicional, así como obtener un mayor grado de precisión en comparación al spread registrado en el mercado de derivados de México. Los resultados se concentran en la Tabla 10.

Tabla 10: Resultados de Pruebas de Hipótesis

Planteamiento de las Hipótesis. H ₀ : BSD ≤ BST H ₁ : BSD > BST	Prueba al 95 % intervalo de confianza, de aceptación o rechazo. (t. ₀₅ = 1.86)	Prueba al 90 % intervalo de confianza, de aceptación o rechazo. (t. ₁₀ = 1.40)	Prueba al 80 % intervalo de confianza, de aceptación o rechazo. (t. ₂₀ = 0.89)
Prueba H ₀ ≤ H ₁ para extremo superior (0). (t = 3.55)	Rechaza H ₀ , por lo que se acepta H ₁	Rechaza H ₀ , por lo que se acepta H ₁	Rechaza H ₀ , por lo que se acepta H ₁
Prueba H ₀ ≤ H ₁ para máxima presunción (1). (t = 0.95)	Acepta H ₀ , por lo que se rechaza H ₁	Acepta H ₀ , por lo que se rechaza H ₁	Rechaza H ₀ , por lo que se acepta H ₁
Prueba H ₀ ≤ H ₁ para extremo inferior (0). (t = -1.25)	Acepta H ₀ , por lo que se rechaza H ₁	Acepta H ₀ , por lo que se rechaza H ₁	Acepta H ₀ , por lo que se rechaza H ₁

Fuente: elaboración propia

CONCLUSIONES

Hoy en día, en el entorno económico y financiero, donde la toma de decisiones resulta cada vez más compleja como consecuencia de los avances tecnológicos, la diversidad de los mercados, la multiplicidad y la variedad de productos que han generado la necesidad de que la intuición del inversor deba ser completada por esquemas científicos cada vez más complejos (Gil-Aluja, 2004). Surge la necesidad de introducir, en la administración de riesgos, esquemas matemáticos más flexibles y adecuados a la realidad; la aplicación de los subconjuntos borrosos permite dar solución a aquellos problemas en los que la incertidumbre aparece de manera fundamental. De tal manera se incorpora así una nueva metodología al modelo Black-Scholes tradicional, que a su vez ofrece un instrumento importante para el administrador en el orden de acotamiento de los riegos inherentes a sus decisiones.

En la actualidad, los modelos matemáticos proporcionan respuestas que no captan con precisión el grado de incertidumbre de los mercados financieros, y por consiguiente, la decisión se reduce a elegir entre un modelo preciso pero que no refleje la realidad y un modelo vago pero más adecuado a la misma. Por lo tanto, la incursión de la lógica difusa en los esquemas que tradicionalmente han sido utilizados para enfrentar los problemas de decisión en el ámbito de la actividad empresarial, es cada vez más amplia; enriqueciendo la ciencia administrativa. Esta investigación permite establecer, que la aplicación de la lógica difusa en las variables económicas tipo de cambio, tasa de interés doméstica (cetes) y tasa de interés foránea (T-bill) del modelo B-S, presenta ventajas sustantivas sobre el modelo B-S tradicional, con lo que se sustenta la hipótesis establecida; ya que los resultados obtenidos se encuentran más cercanos al valor real de la opción cambiaria.

Con base en los datos del tipo de cambio registrados por Banxico, en el periodo comprendido de marzo del 2009 a marzo del 2011, se elaboran los cálculos empíricos para determinar los precios de las coberturas de manera teórica; los resultados se confrontan con los datos que arroja el mercado de derivados de México (Mex-Der), en el mismo periodo, obteniéndose una diferencia significativa entre el precio de la opción determinado por el mercado y el precio determinado con el modelo B-S tradicional; por lo tanto, se considera haber cubierto el objetivo de la investigación, dado que al disminuir el sesgo estadístico existente en el precio de una opción cambiaria, es posible presentar al inversor una gama de posibilidades que le permitan optimizar la decisión.

Se puede establecer que el modelo B-S tradicional como medida para cuantificar el precio de una opción en el Mex-Der ratifica la evidencia empírica del sesgo estadístico; esto puede ser consecuencia del efecto que la volatilidad de los mercados financieros tiene en las principales variables que integran el modelo B-S. En referencia a los periodos de alta volatilidad, particularmente en el año 2008, consecuencia de la crisis hipotecaria de Estados Unidos, la que afectó de manera directa el precio de las primas de las coberturas cambiarias en México. Asimismo, la variación de las tasas de interés a la alza registran el mismo resultado. Cabe mencionar que los factores exógenos de las políticas monetarias de las bancas centrales son un elemento incidente que, también influye en los mercados de manera significativa, por lo cual, se concluye que los modelos financieros tienen un cierto grado de imprecisión.

Mediante la fuzificación con los NBT (Gil-Aluja, 2004) en las variables económicas del modelo B-S, empíricamente se demuestran resultados con mayor precisión en relación a los datos reales del Mex-Der. En conjunto con las teorías del PPA, la balanza de pagos y el enfoque Fisher, así como la aplicación de los modelos econométricos de series de tiempo: ARIMA, *Winters*, promedios móviles y análisis de tendencias; lo que permitió obtener distintos niveles de presunción entre 0 y 1, y por consiguiente se obtuvieron distintos valores en el cálculo del precio de la opción cambiaria en mercado de derivados en México.

La administración de riesgo se ha convertido en una actividad cotidiana de las organizaciones que permite la prevención, control y la definición de estrategias para su minimización. Sin embargo, por su complejidad y costo, la mayor parte de las firmas no diseña y pone en marcha un modelo de gestión de riesgos, como parte integral del proceso de administración y de control.

Como nuevas líneas de investigación se utilizan la lógica difusa en otras variables y el modelo B-S tradicional, para encontrar una óptima aplicación del modelo. El cual permitirá que la tesorería de las organizaciones, pueda aplicar esta metodología y analizar otros instrumentos del mercado de derivados, como acciones, tasa de interés, *warrant*, *commodities* físicos, etcétera. Lo que abre la puerta para más investigaciones sobre la lógica difusa y las ciencias económicas-financieras.

REFERENCIAS

Black, F. y M. Scholes (1973). The Pricing of Options and Corporate. *Journal of Political Economy*, 81(3),637-654.

Bodie, Z. y R. Merton (1999). *Finanzas*. México: Prentice Hall.

Boness, J. A. (1964). Elements of a Theory of Stock-Option Values. *Journal of Political Economy*, 72(2), 163-175.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-328.

- Boyle, P. (1988). A Lattice Framework for Option Pricing with two State. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23(1), 1-12.
- Chang, C.-C. (2001). Efficient Procedures for the Valuation and Hedging of American Currency Options with Stochastic Interest Rates. *Journal of Multinational Financial Management*, 11(3), 241-268.
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, 987-1007.
- Gil-Aluja, J. (1996). Towards a New Paradigm of Investment Selection in Uncertainty. *Fuzzy Sets and Systems*, 84(2), 187-197.
- Gil-Aluja, J. (2004). *Fuzzy Sets in the Management of Uncertainty*. Germany: Springer.
- Gil-Lafuente, A. (2005). *Fuzzy Logic in Financial Analysis*. The Netherlands: Springer.
- Griffin, R. y R. Ebert (2005). *Negocios*. New York: Pearson Education.
- Harrington, S., y G. Niehaus (1999). *Risk Management and Insurance*. New York: McGraw-Hill.
- Harris, L. (1994). New Theories of International Trade and Exchange Rates. *Journal of Development Planning*, (24), 107-128.
- Hernández, R., C. Fernández, y P. Baptista (2003). *Metodología de la investigación*. Mexico: McGraw-Hill Iberoamericana.
- Heston, S. (1993). A Closed-form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. *The Review of Financial Studies*, 6, 327-343.
- Heydebrand, W. (1989). New Organizational Forms. *Work and Occupations*, 16(3), 323-357.
- Ho, T.S.Y., y S-B. Lee (1986). Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims. *Journal of Finance*, 41(5), 1011-1029.
- Harris, L. (1994). New Theories of International Trade and Exchange Rates. *Journal of Development Planning*, (24), 107-128.
- Hull, J., y A. White (1987). The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities. *Journal of Financial*, 42(2), 281-300.
- Hull, J., y A. White (1988). The Use of the Control Variate Technique in Option Pricing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23(3), 237-251.
- Hull, J., y A. White (1996). Using Hull-White Interest Rate Trees. *Journal of Derivatives*, 1-17.
- Jorion, P. (1996). Risk: Measuring the Risk in Value at Risk. *Financial Analysis Journal*, 47-56.
- Jorion, P. (2002). How Informative Are Value-at-Risk Disclosures? *The Accounting Review*, 77(4), 911-923.

Kaufmann, A. y Gil-Aluja, J. (1986). *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Milladoiro.

Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Barcelona: Hispano-Europea.

Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1990). *Las matemáticas del azar y de la incertidumbre: elementos básicos para su aplicación en economía*. España: Centro de Estudios Ramón Areces.

Latané, H., y Rendleman, R. (1976). Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices. *Journal of Finance*, 31, 369-381.

Lee C-F., G-H. Tzeng y S-Y. Wang (2005). A New Application of Fuzzy Set Theory to the Black-Scholes Option Pricing Model. *Expert Systems with Applications*, 330-342.

Mercado de Derivados Mexicano (s.f.), <http://www.mexder.com.mx/MEX/paginaprincipal.html>.

Merton, Robert C. (1969). Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous-Time Case. *Review of Economics and Statistics*, 57(3), 247-257.

_____ (1973). Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1), 141-183.

_____ (1998). Application of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later. *The American Economic Review*, 88(3), 323-349.

Merton, R. C. (1973). Theory of Rational Option Pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1), 141-183.

Merton, R. C. (1998). Application of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later. *The American Economic Review*, 88(3), 323-349.

Miller, M. H., y F. Modigliani (1963). Dividend Policy and Market Valuation: A Reply. *The Journal Business*, 36(1), 116-119.

Mirabal, T. (2004). La auditoría interna y la administración del riesgos. *Administración de Riesgos y Seguros Iberoamerica*, 1-68.

Pacheco, A. y Cruz, M. (2008). *Metodología crítica de la investigación*. México: Grupo Editorial Patria.

Parisi F.A., J. Rebolledo y S.E. Cornego (2006). Modelos lógica borrosa en la predicción del IPSA. *Estudios de Administración*, 13(1) 37-66.

Pinto, A. (1991). *América Latina: una visión estructuralista. El pensamiento de la CEPAL y su evolución*. México: Facultad de Economía, UNAM.

Porter, M. (1982). *La acción conjunta de estas fuerzas determina la rentabilidad potencial, en el sector industrial; el potencial de utilidades se mide en términos de rendimiento a largo plazo*. México: CECSA.

Porter, M. (1982). *La estrategia competitiva*. México: CECSA.

Porter, M. (1987). *Ventaja competitiva: creación y sostenimiento de un desempeño superior*. México: CECSA.

Prebisch, R. (1949). *El desarrollo económico de la América Latina y algunos de sus principales problemas*. Santiago de Chile: CEPAL.

Puyana, J. (2006). Globalización financiera y determinación de los tipos de cambio. *CLACSO*, 165-187.

Samuelson, P. A. (1967). General Proof that Diversification Pays. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 2(1), 1-13.

Scott, E., y A. Tucker (1989). Predicting Currency Return Volatility. *Journal of Banking and Finance*, 13, 839-851.

Zadeh, L. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, 338-353.

Zadeh, L. (1968). Probability Measures of Fuzzy Events. *Journal of Mathematical, Analysis and Applications*, 23(2), 421-427.

Zadeh, L. (1972). A Fuzzy Set Theoretical Interpretation of Linguistic Hedges. *Journal of Cybernetics*, 2(1), 4-34.

BIOGRAFIA

Manuel Muñoz Palma, Universidad de Occidente, Culiacán, México, puede ser contactado a mpalma25@hotmail.com

Ezequiel Avilés Ochoa Universidad de Occidente, Culiacán, México, puede ser contactado a eaviles8a@hotmail.com

